

ΛΥΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ

«Να τα πούμε;» — Φυσική Γ' Λυκείου

ΘΕΜΑ Α — Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής

A.1 — Ελαστική κρούση σφαίρας με δάπεδο

Η σφαίρα κινείται προς τα κάτω με ταχύτητα u και συγκρούεται **ελαστικά** με το δάπεδο.

Ανάλυση:

- Πριν την κρούση: ταχύτητα = $-u$ (προς τα κάτω)
- Μετά την κρούση (ελαστική): ταχύτητα = $+u$ (προς τα πάνω)
- Μεταβολή ορμής: $\Delta p = m \cdot u - (-m \cdot u) = 2m \cdot u$

Εφαρμογή Θ.Μ.Ο.:

$$\Sigma F \cdot \Delta t = \Delta p$$

Οι δυνάμεις στη σφαίρα κατά την κρούση:

- Το βάρος mg (προς τα κάτω)
- Η δύναμη F από το δάπεδο (προς τα πάνω)

$$(F - mg) \cdot \Delta t = 2m \cdot u$$

$$F = mg + 2mu/\Delta t$$

✓ Σωστή απάντηση: (γ) $F = mg + (2m \cdot u)/\Delta t$

A.2 — Ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας στην Α.Α.Τ.

Ο ρυθμός μεταβολής της Κ.Ε. είναι:

$$dK/dt = dW/dt = F \cdot v$$

Στην Α.Α.Τ.: $F = -k \cdot x$ (δύναμη επαναφοράς)

$$dK/dt = -k \cdot x \cdot v$$

Ανάλυση:

- Όταν το σώμα κινείται **προς** τη Θ.Ι., η δυναμική ενέργεια **μειώνεται**
- Άρα η κινητική **αυξάνεται**, δηλαδή $dK/dt > 0$ (θετικό)

✓ Σωστή απάντηση: (α)

A.3 — Φθίνουσες ταλαντώσεις

Δύναμη αντίστασης: $F = -b \cdot v$

Ρυθμός μετατροπής ενέργειας σε θερμότητα = Ισχύς τριβής:

$$P = |F \cdot v| = |-b \cdot v \cdot v| = b \cdot v^2$$

Άρα ο ρυθμός είναι **ανάλογος του τετραγώνου της ταχύτητας**.

✓ Σωστή απάντηση: (δ) ανάλογος του τετραγώνου της ταχύτητας v^2

A.4 — Ισορροπία δίσκου

Από το σχήμα: τρεις δυνάμεις στον δίσκο:

- F **οριζόντια** (δεξιά, στο ύψος του κέντρου O)
- F **κατακόρυφη** (πάνω, στην κορυφή του δίσκου)
- $2F$ κατακόρυφη (κάτω, στο κέντρο O)

Συνισταμένη δύναμη:

$$\Sigma F_x = F \neq 0 \quad \Sigma F_y = F - 2F = -F \neq 0$$

→ Υπάρχει συνισταμένη δύναμη → **μεταφορική επιτάχυνση**

Συνισταμένη ροπή ως προς O :

- Η F (οριζόντια) **περνά από το κέντρο O** → ροπή = **0**
- Η F (κατακόρυφη στην κορυφή) → ροπή = **$F \cdot R \neq 0$**
- Η $2F$ περνά από το O → ροπή = **0**

$$\Sigma \tau = F \cdot R \neq 0 \rightarrow \text{Υπάρχει γωνιακή επιτάχυνση!}$$

Αφού οι δυνάμεις είναι **σταθερές**, η ροπή είναι σταθερή, άρα η γωνιακή επιτάχυνση είναι **σταθερή**.

✓ Σωστή απάντηση: (γ) περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση

A.5 — Διεύθυνση διάδοσης κύματος

Από το σχήμα βλέπουμε:

- Σημείο **Γ** (αριστερά μιας κορυφής): ταχύτητα **προς τα κάτω**
- Σημείο **Δ** (δεξιά μιας κοιλότητας): ταχύτητα **προς τα πάνω**

Κανόνας: Τα σημεία «μπροστά» από μια κορυφή (στη διεύθυνση διάδοσης) **ανεβαίνουν**.

Έλεγχος:

- Αν το κύμα πηγαινε προς τα **δεξιά**: το Γ (αριστερά κορυφής) θα **ανέβαινε** — αλλά **κατεβαίνει!** ✗
- Αν το κύμα πηγαίνει προς τα **αριστερά**: το Γ (δεξιά της κορυφής, από την πλευρά που έρχεται το κύμα) **κατεβαίνει** ✓

✓ Σωστή απάντηση: (β) διαδίδεται προς τα αριστερά

ΘΕΜΑ Β — Ασκήσεις Σύντομης Ανάπτυξης

B1 — Συμβολή κυμάτων

Δεδομένα:

- Απόσταση πηγών: $d = 3\lambda_1/2$
- Απόσταση Σ από Π₁: $d_1 = 2\lambda_1$
- Το ΣΚ κάθετο στο ΚΛ

Βήμα 1: Υπολογισμός d_2

Από το Πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο ΣΚΛ:

$$d_2^2 = d_1^2 + d^2 = (2\lambda_1)^2 + (3\lambda_1/2)^2 = 4\lambda_1^2 + 9\lambda_1^2/4 = 25\lambda_1^2/4$$

$$d_2 = 5\lambda_1/2$$

Βήμα 2: Διαφορά διαδρομής

$$\Delta r = d_2 - d_1 = 5\lambda_1/2 - 2\lambda_1 = 5\lambda_1/2 - 4\lambda_1/2 = \lambda_1/2$$

Βήμα 3: Μετά τον διπλασιασμό της συχνότητας

Η ταχύτητα u παραμένει σταθερή (εξαρτάται από το μέσο).

- Νέα συχνότητα: $f_2 = 2f_1$
- Νέο μήκος κύματος: $\lambda_2 = u/f_2 = u/(2f_1) = \lambda_1/2$

Βήμα 4: Έλεγχος συμβολής

$$\Delta r/\lambda_2 = (\lambda_1/2)/(\lambda_1/2) = 1 = \text{ακέραιος}$$

Επειδή $\Delta r/\lambda_2 = \text{ακέραιος} \rightarrow$ **Εποικοδομητική συμβολή (ενίσχυση)**

✓ **Απάντηση: (α) σημείο ενίσχυσης**

B2 — Σφαίρα σε κυκλικό οδηγό

A. Ταχύτητα στο ανώτατο σημείο B (6 μονάδες)

Μετά την έξοδο από το A, η σφαίρα κινείται μόνο υπό το βάρος της (**βλήμα**).

Γεωμετρία:

- Η ακτίνα KA κάνει γωνία **60°** με την κατακόρυφη
- Η εφαπτομένη είναι **κάθετη** στην ακτίνα
- Άρα η ταχύτητα v_0 κάνει γωνία **60° με την οριζόντια** (ή 30° με την κατακόρυφη)

Ανάλυση ταχύτητας:

$$v_{Ax} = v_0 \cdot \cos 60^\circ = v_0 \cdot 1/2 = \mathbf{v_0/2} \quad (\text{οριζόντια})$$

$$v_{Ay} = v_0 \cdot \sin 60^\circ = v_0 \cdot \sqrt{3}/2 \quad (\text{κατακόρυφη, προς τα πάνω})$$

Στο **ανώτατο σημείο B**: $v_{By} = 0$

Η οριζόντια συνιστώσα παραμένει σταθερή:

$$\mathbf{v_B = v_{Bx} = v_{Ax} = v_0/2}$$

B. Γωνιακή ταχύτητα στο σημείο B (4 μονάδες)

Μετά την έξοδο, η μόνη δύναμη είναι το βάρος.

Το βάρος διέρχεται από το κέντρο μάζας → **μηδενική ροπή**.

Από τη **Διατήρηση της Στροφορμής**: $L = I \cdot \omega = \text{σταθερό}$

Αφού $I = \text{σταθερό}$:

$$\mathbf{\omega_B = \omega_0}$$

B3 — Στάσιμο κύμα

$$\mathbf{\text{Εξίσωση: } y = 0,4 \cdot \cos(2\pi x/\lambda) \cdot \sin(4\pi t)} \quad (\text{SI})$$

Από την εξίσωση του στάσιμου κύματος:

- Πλάτος: **$A' = 2A = 0,4 \text{ m}$**
- $\omega = 4\pi \text{ rad/s} \rightarrow \mathbf{T = 2\pi/\omega = 1/2 \text{ s}}$

Ανάλυση:

Από τη γραφική παράσταση φαίνεται ότι το πλάτος κάθε κοιλάς είναι 0,4 m (= 2A), που σημαίνει ότι τη στιγμή t_1 όλα τα σημεία βρίσκονται για **πρώτη φορά** σε **μέγιστη απομάκρυνση**.

Άρα $t_1 = T/4 = 1/8 \text{ s}$

Υπολογισμός t_2 :

$$t_2 = t_1 + 1/6 = 1/8 + 1/6 = 3/24 + 4/24 = 7/24 \text{ s}$$

Υπολογισμοί για το σημείο $x = 0$ τη στιγμή $t_2 = 7/24 \text{ s}$:

Απομάκρυνση:

$$y_2 = 0,4 \cdot \sin(4\pi \cdot 7/24) = 0,4 \cdot \sin(7\pi/6) = 0,4 \cdot (-1/2) = -0,2 \text{ m}$$

Ταχύτητα:

$$v = A'\omega \cdot \cos(\omega t) = 0,4 \cdot 4\pi \cdot \cos(4\pi t) = 1,6\pi \cdot \cos(\omega t)$$

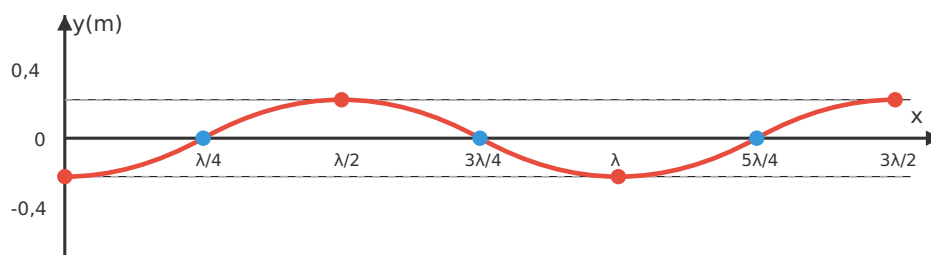
$$v_2 = 1,6\pi \cdot \cos(7\pi/6) = 1,6\pi \cdot (-\sqrt{3}/2) = -0,8\pi\sqrt{3} \text{ m/s} \approx -4,35 \text{ m/s}$$

Επιτάχυνση:

$$a = -\omega^2 y = -(4\pi)^2 \cdot (-0,2) = 16\pi^2 \cdot 0,2 = 3,2\pi^2 \approx 32 \text{ m/s}^2$$

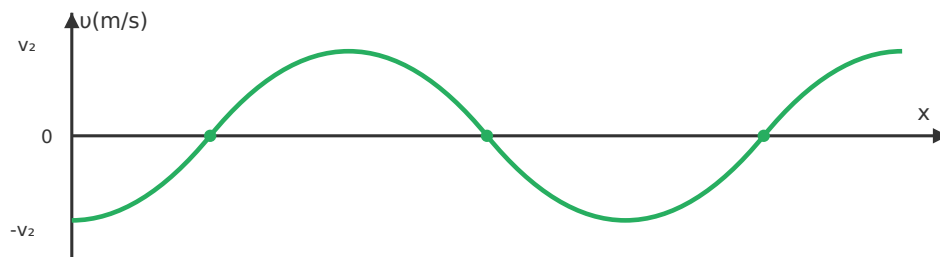
Γραφικές παραστάσεις τη στιγμή $t_2 = 7/24 \text{ s}$:

1. Στιγμιότυπο $y = f(x)$ τη στιγμή t_2



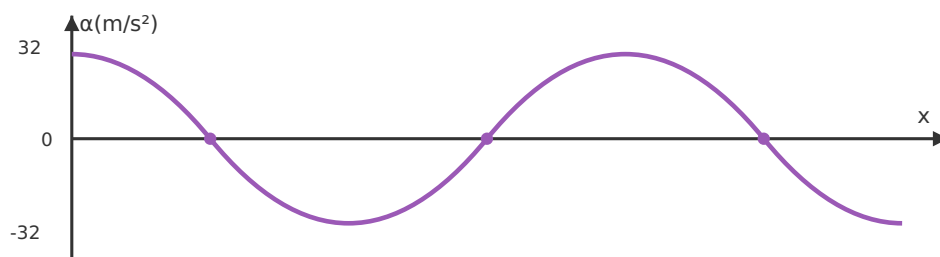
$$y = 0,4 \cdot \cos(2\pi x/\lambda) \cdot \sin(7\pi/6) = -0,2 \cdot \cos(2\pi x/\lambda)$$

2. Ταχύτητα $v = f(x)$ τη στιγμή t_2



$$v = 1,6\pi \cdot \cos(2\pi x/\lambda) \cdot \cos(7\pi/6) = -0,8\pi\sqrt{3} \cdot \cos(2\pi x/\lambda) \text{ m/s}$$

3. Επιτάχυνση $a = f(x)$ τη στιγμή t_2



$$a = -\omega^2 y = 3,2\pi^2 \cdot \cos(2\pi x/\lambda) \approx 32 \cdot \cos(2\pi x/\lambda) \text{ m/s}^2$$

🔗 **Παρατήρηση:** Στο στάσιμο κύμα, τα y , v , a έχουν όλα μορφή $\cos(2\pi x/\lambda)$. Οι κοιλίες ($x=0, \lambda/2, \lambda, \dots$) έχουν μέγιστο πλάτος, οι δεσμοί ($x=\lambda/4, 3\lambda/4, \dots$) παραμένουν πάντα στο μηδέν.

ΘΕΜΑ Γ — Ταλάντωση - Κρούση - Αποκόλληση - Βολή

Δεδομένα:

- $m_1 = 0,1 \text{ kg}$ (δίσκος)
- $m_2 = 0,1 \text{ kg}$ (κεφάλι κλόουν)
- $m_3 = 0,4 \text{ kg}$ (βόλος)
- $d = 0,1 \text{ m}$ (στατική παραμόρφωση, απόσταση Θ.Ι. κάτω από θ.φ.μ.)
- Αρχική θέση: 60 cm κάτω από θ.φ.μ. $\rightarrow \mathbf{A_0 = 0,60 - 0,10 = 0,50 \text{ m}}$
- $g = 10 \text{ m/s}^2$

(α) Απόδειξη Α.Α.Τ. (7 μονάδες)

Εφαρμόζουμε τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα στο σύστημα (δίσκος + κεφάλι):

$$(m_1 + m_2)\ddot{y} = -2k \cdot y$$

$$\ddot{y} = -(2k/(m_1+m_2)) \cdot y = -\omega^2 \cdot y$$

όπου $\omega^2 = 2k/(m_1+m_2)$

✓ Άρα το σύστημα εκτελεί Α.Α.Τ. γύρω από τη Θ.Ι.

(β) Σταθερά k και κυκλική συχνότητα ω (2+2 μονάδες)

Σταθερά k :

Από τη συνθήκη ισορροπίας: $2k \cdot d = (m_1+m_2) \cdot g$

$$2k \cdot (1/10) = (1/5) \cdot 10 \rightarrow 2k = 20$$

$$\mathbf{k = 10 \text{ N/m}}$$

Κυκλική συχνότητα ω :

$$\omega = \sqrt{2k/(m_1+m_2)} = \sqrt{20/(1/5)} = \sqrt{100}$$

$$\omega = 10 \text{ rad/s}$$

(γ) Ταχύτητα u_0 πριν την κρούση (3 μονάδες)

Στη Θ.Ι. η ταχύτητα είναι μέγιστη:

$$u_0 = \omega \cdot A_0 = 10 \cdot (1/2)$$

$$u_0 = 5 \text{ m/s (προς τα πάνω)}$$

(δ) Ταχύτητες μετά την κρούση (7 μονάδες)

Ελαστική κεντρική κρούση (1Δ):

Θέτουμε $M = m_1 + m_2 = 1/5 \text{ kg}$

$$u'_M = [(M - m_3)/(M + m_3)] \cdot u_0 = [(1/5 - 2/5)/(1/5 + 2/5)] \cdot 5 = (-1/5)/(3/5) \cdot 5$$

$$u'_1 = -5/3 \text{ m/s (προς τα κάτω)}$$

$$u'_3 = [2M/(M + m_3)] \cdot u_0 = [2 \cdot (1/5)/(3/5)] \cdot 5 = (2/3) \cdot 5$$

$$u'_3 = 10/3 \text{ m/s (προς τα πάνω)}$$

(ε) Νέο πλάτος A_1 μετά την κρούση (7 μονάδες)

Το σύστημα βρίσκεται στη Θ.Ι. με ταχύτητα $|u'_1| = 5/3 \text{ m/s}$:

$$A_1 = |u'_1|/\omega = (5/3)/10$$

$$A_1 = 1/6 \text{ m}$$

(στ) Δύναμη $F(y)$ στο κεφάλι (5 μονάδες)

Η δύναμη N που ασκεί ο δίσκος στο κεφάλι:

$$N - m_2g = m_2 \cdot a = m_2 \cdot (-\omega^2 y)$$

$$N(y) = m_2(g - \omega^2 y)$$

(ζ) Σημείο αποκόλλησης (4 μονάδες)

Συνθήκη αποκόλλησης: $N = 0$

$$m_2(g - \omega^2 y) = 0 \rightarrow y = g/\omega^2 = 10/100 = 1/10 \text{ m}$$

Εφικτό, αφού $A_1 = 1/6 > 1/10$

Αποκόλληση στη θέση $y = d = 0,1 \text{ m}$ (θ.φ.μ.) πάνω από τη Θ.Ι.

(η) Θέση και ταχύτητα βόλου στην αποκόλληση (4+4 μονάδες)

Χρόνος από κρούση έως αποκόλληση: $t = 0,4 \text{ s}$ (δοσμένο)

Κατακόρυφη βολή του βόλου:

$$y_\beta = u'_3 \cdot t - (1/2)g \cdot t^2 = (10/3) \cdot (2/5) - 5 \cdot (4/25) = 4/3 - 4/5 = 8/15 \text{ m}$$

$$y_{\beta,0} = 8/15 \text{ m}$$

$$v_\beta = u'_3 - g \cdot t = 10/3 - 10 \cdot (2/5) = 10/3 - 4 = -2/3 \text{ m/s}$$

$$v_{\beta,0} = -2/3 \text{ m/s (προς τα κάτω)}$$

(θ) Συνάντηση κεφαλίου - βόλου (10 μονάδες)

Αρχικές τιμές τη στιγμή αποκόλλησης ($t' = 0$):

- Κεφάλι: $y_h(0) = 1/10 \text{ m}$, $u_h(0) = \omega \sqrt{(A_1^2 - d^2)} = 10 \cdot \sqrt{(1/36 - 1/100)} = 10 \cdot (8/60) = 4/3 \text{ m/s}$
- Βόλος: $y_\beta(0) = 8/15 \text{ m}$, $v_\beta(0) = -2/3 \text{ m/s}$

Εξισώσεις κίνησης:

$$y_h = 1/10 + (4/3)t' - 5t'^2$$

$$y_{\beta} = 8/15 - (2/3)t' - 5t'^2$$

Συνάντηση: $y_h = y_{\beta}$

Τα $-5t'^2$ απαλείφονται:

$$1/10 + (4/3)t' = 8/15 - (2/3)t'$$

$$(4/3 + 2/3)t' = 8/15 - 1/10 = 16/30 - 3/30 = 13/30$$

$$2t' = 13/30$$

$$t' = 13/60 \text{ s} \approx 0,217 \text{ s}$$

Θέση συνάντησης:

$$y = y_h(0) + v_h(0) \cdot t' - (1/2)g \cdot t'^2 = 1/10 + (4/3) \cdot (13/60) - 5 \cdot (13/60)^2$$

$$y = 1/10 + 52/180 - 5 \cdot 169/3600 = 1/10 + 13/45 - 169/720$$

$$y = 37/240 \text{ m} \approx 0,154 \text{ m (πάνω από τη Θ.Ι.)}$$

(ι) Εύρος μάζας m_3 για μη αποκόλληση (10 μονάδες)

Για να **μην** αποκολληθεί το κεφάλι: **$A_1 \leq d = 1/10 \text{ m}$**

$$A_1 = |u_1'|/\omega \leq 1/10$$

$$|u_1'| \leq 1 \text{ m/s}$$

Από τον τύπο της ελαστικής κρούσης ($M = 1/5 \text{ kg}$):

$$|u_1'| = |[(M - m_3)/(M + m_3)] \cdot u_0 = |[(1/5 - m_3)/(1/5 + m_3)] \cdot 5 \leq 1$$

$$|M - m_3|/(M + m_3) \leq 1/5$$

Λύνοντας: $(2/3)M \leq m_3 \leq (3/2)M$ με $M = 1/5$:

$$2/15 \text{ kg} \leq m_3 \leq 3/10 \text{ kg}$$

Συνοπτικός Πίνακας Απαντήσεων

Θέμα Α

Ερώτημα	Απάντηση
A.1	(γ)
A.2	(α)
A.3	(δ)
A.4	(γ)
A.5	(β)

Θέμα Γ

Ερώτημα	Τιμή	Μονάδες
k	10	N/m
ω	10	rad/s
u_0	5	m/s
u_1'	$-5/3$	m/s
u_3'	$10/3$	m/s
A_1	$1/6$	m
Θέση αποκόλλησης	$d = 1/10$	m (θ.φ.μ.)
$y_{\beta,0}$	$8/15$	m
$u_{\beta,0}$	$-2/3$	m/s
$u_{\text{αποκ}}$	$4/3$	m/s
t' συνάντησης	$13/60$	s

γ συνάντησης	$37/240 \approx 0,154$	m
Εύρος m_3	$2/15 \leq m_3 \leq 3/10$	kg

Καλή επιτυχία στις εξετάσεις! 🍀