

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = x^x, x > 0$  και  $g(x) = \ln x, x > 0$ .

α) Να ορίσετε τη συνάρτηση  $\varphi = g \circ f$ .

β) Δίνεται  $\varphi(x) = x \ln x, x > 0$  και  $h(x) = \begin{cases} \varphi(x) & , x > 0 \\ \alpha & , x = 0 \end{cases} \alpha \in \mathbb{R}$ .

β<sub>1</sub>) Να βρείτε το  $\alpha$ , ώστε η συνάρτηση  $h$  να είναι συνεχής.

β<sub>2</sub>) Να δείξετε ότι η  $h$  συνάρτηση  $h$  δεν είναι αντιστρέψιμη.

β<sub>3</sub>) Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης  $h$ .

β<sub>4</sub>) Να υπολογίσετε τα όρια: i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - 1}{h(x)}$ , ii)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta \mu x + x}{h(x)}$ .

γ<sub>1</sub>) Να βρείτε την εφαπτομένη ( $\varepsilon$ ) της  $Ch$  που τέμνει τον άξονα  $\psi' \psi$  στο σημείο με τεταγμένη  $-e$ .

γ<sub>2</sub>) Να υπολογίσετε το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται από τη  $Ch$ , την ευθεία ( $\varepsilon$ ) με εξίσωση  $\psi = 2x - e$  και τον άξονα  $x'x$ .