

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \ln(x-2) - \frac{\alpha}{x} + \frac{3\alpha}{5} & , x \in [3, +\infty) \\ \alpha^2 e^{x-3} - \frac{11}{15} & , x \in (-\infty, 3) \end{cases}$, όπου α ακέραιος αριθμός.

i) Να βρείτε το α , ώστε η f να είναι συνεχής.

Αν $\alpha=1$,

ii) Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$ σε σημείο με τετμημένη $x_0 \in (2, 3)$.

iii) Να δείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα και να βρείτε το σύνολο τιμών της.

iv) Να υπολογίσετε το εμβαδό $E(\Omega)$ του χωρίου Ω που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x=3$, $x=e^2$.