

Δίνονται οι συναρτήσεις $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για τις οποίες ισχύουν:

$$f(x) = 2x - 5 + \ln(e^x + 1) \text{ και } g(x) = f(x) + x - xe^{-x} \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

i) Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της f έχει ασύμπτωτη την $\psi=3x-5$ στο $+\infty$.

ii) Να βρεθεί η ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της g στο $+\infty$.

iii) Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό λ αν $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x f(e^x) + (\eta\mu(e^{-x}) - 3) \cdot e^{2x} + \lambda e^x}{f(e^x) - (2\lambda - 1)e^x} = \frac{-9}{22}.$

iv) Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου Ω που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των f , g και την ευθεία $x=1$.