

Έστω η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{(t + e^x) \cdot (t + e^{-x})}) - t$.

α) Να δείξετε ότι $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $x \in \mathbb{R}$.

β) Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρεθεί το σύνολο τιμών της.

γ₁) Να αποδείξετε ότι η f είναι συμμετρική ως προς τον άξονα $\psi' \psi$.

γ₂) Να αποδείξετε ότι $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$.

δ) Να αποδείξετε ότι $\int_{-\ln 2}^{\ln 2} f(x) \eta \mu x dx < \frac{3}{2}$.