

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 3x - e + \int_1^e \ln^2 x dx$, $x \in \mathbb{R}$.

A. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_1^e \ln^2 x dx$.

B. Αφού δείξετε ότι $f(x) = x^3 - 3x - 2$, $x \in \mathbb{R}$,

i) Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τα κοίλα και τα σημεία καμπής.

ii) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $x'x$.

iii) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{1}{x^2} f\left(\frac{x-1}{x}\right) dx$.

ii) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_{-1}^2 (x^2 - 1)(f(x) + 1) dx$.

v) Αν $g(x) = \frac{x^2 - 1}{f(x) + 5}$, να υπολογίσετε το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της g , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x = -1$, $x = 2$.