

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$, $x > 0$.

A. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τα κοίλα και τα σημεία καμπής.

B. Να βρείτε τις ασύμπτωτες της C_f και να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

Γ. Δίνεται επιπλέον η συνάρτηση $g(x) = x^2 \cdot \ln x$, $x > 0$. Να δείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g έχουν, σε κοινό σημείο, κοινή εφαπτομένη, η οποία και να βρεθεί.

Δ1. Να υπολογίσετε το εμβαδό του χωρίου Ω που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x=1$, $x=\lambda$ με $\lambda > 1$.

Δ2. Αν $E(\lambda)$ το εμβαδό του παραπάνω ερωτήματος, να βρεθεί το όριο $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} E(\lambda)$.