

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} (\ln x)^2 - \ln x + \alpha & , x \in (0, 1] \\ x^2 - \beta x + 1 & , x \in (1, +\infty) \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$

A. Να βρείτε τα α, β ώστε η f να ορίζει κλίση στο $x_0=1$, η οποία και να βρεθεί.

B. Αν $\alpha=-1$ και $\beta=3$,

B₁. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα και τα κοίλα.

B₂. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς κ, λ με $\lambda \geq 1$, αν ισχύει $2f(\kappa^2 - \kappa) + 2f(\lambda + \ln \lambda - \frac{1}{4}) + 5 \leq 0$.

B₃. Να βρείτε το εμβαδό του χωρίου Ω που περικλείεται από τη C_f και τις ευθείες $\psi=-1$, $x=1$ και $x=e^{-1}$.