

Έστω η μη σταθερή συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύουν:

- f παραγωγίσιμη στο $x_0=0$ με $f'(0) = 0$
- $f(x+h) = f(x) \cdot f(h) - \eta\mu x \cdot \eta\mu h$ για κάθε $x, h \in \mathbb{R}$.

i) Να αποδείξετε ότι $f(0)=1$.

ii) Να αποδείξετε ότι $f'(x) = -\eta\mu x$, $x \in \mathbb{R}$.

iii) Να αποδείξετε ότι $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$, $x \in \mathbb{R}$.

iv) Να υπολογισθεί το ολοκλήρωμα $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x f(x) dx$.