

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(x+1)$, $x > -1$ και $g(x) = \frac{1}{e^x - 1}$, $x \neq 0$.

α) Να ορίσετε τη σύνθεση της f με τη g , δηλαδή τη συνάρτηση $h = g \circ f$.

β) Αν $h(x) = \frac{1}{x}$, $x \in (-1, 0) \cup (0, +\infty)$, να δείξετε ότι η h είναι αντιστρέψιμη και να βρείτε την h^{-1} .

γ) Να εξετάσετε, αν ισχύει $h = h^{-1}$. Αν $h \neq h^{-1}$, να βρείτε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο στο οποίο ισχύει $h = h^{-1}$.

δ) Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{h^{-1}(x) \eta \mu^2 x + h(x) \eta \mu x}{e^x \eta \mu x + e^x}$.