

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x^4} + \alpha & , x \in (-\infty, 0) \\ x^4 + x^3 + x^2 + \beta x & , x \in [0, +\infty) \end{cases}, \alpha, \beta \in \mathbb{R} .$

i) Να βρείτε τα α, β ώστε να ισχύει το Θ.Μ.Τ στο $[-1, 1]$.

ii) Αν $\alpha = \beta = 0$, να δείξετε ότι υπάρχει ακριβώς ένα ξ τέτοιο , ώστε $f'(\xi) = \frac{f(1) - f(-1)}{2}$, όπου $\xi \in \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$.