

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} \cdot \ln x & , x \in (0, +\infty) \\ \alpha & , x = 0 \end{cases}, \alpha \in \mathbb{R}.$

A. Να βρείτε το α .

B. Αν $\alpha=0$,

B₁. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τα κοίλα και τα σημεία καμπής.

B₂. α) Να αποδείξετε ότι ισχύει $f(x) \leq x - 1$ για κάθε $x \geq 1$.

β) Να αποδείξετε ότι $\int_1^{\frac{\pi}{2}} f(x) \eta \mu x dx < 1 - \eta \mu 1$.