

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = e^x - 1, x \in \mathbb{R}$ και $g(x) = \ln x, x > 0$.

i) Να βρείτε τη συνάρτηση $h = g \circ f$.

ii) Αν $h(x) = \ln(e^x - 1), x > 0$

α) Να δείξετε ότι η h είναι γνησίως αύξουσα και αντιστρέψιμη με $h^{-1}(x) = \ln(e^x + 1), x \in \mathbb{R}$.

β) Να αποδείξετε ότι $h^{-1}(x) > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

γ) Να λύσετε την εξίσωση $h(h(x)) = \ln(e - 1)$.

δ) Να λύσετε την ανίσωση $h(x^2 + 1) > h^{-1}(\ln 2)$.