

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, $A=90^\circ$ με περίμετρο $1m$.

1. Να αποδείξετε ότι το μήκος h της υποτείνουσας συναρτήσει μιας οξείας γωνίας του B δίνεται από τη συνάρτηση:

$$h(\theta) = \frac{1}{1 + \eta\mu\theta + \sigma\upsilon\nu\theta}, \quad \theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

Μονάδες 5

2. Να αποδείξετε ότι η υποτείνουσα ελαχιστοποιείται όταν το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

Μονάδες 7

3. Να αποδείξετε ότι:

α) υπάρχουν δυο ακριβώς τιμές θ_1, θ_2 της γωνίας θ με $\theta_1 < \theta_2$, για τις οποίες η υποτείνουσα

είναι ίση με $\frac{\sqrt{2}}{3}m$.

Μονάδες 6

β) η εξίσωση $\frac{3\pi}{x} - \frac{4\sqrt{2}}{h(x)} + \frac{\theta_1\theta_2}{x^2} = 1$ έχει μια τουλάχιστον ρίζα στο διάστημα (θ_1, θ_2) .

Μονάδες 7