

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} (x-1)^3 + 1 & , x \leq 1 \\ 2e^{x-1} - 1 & , x > 1 \end{cases}$.

i) Να αποδείξετε ότι η f είναι 1-1.

ii) Να βρείτε την αντίστροφη συνάρτηση της f .

iii) Να λύσετε την εξίσωση $f(x^2 + 1) = f(x^6 + x^4)$.

iv) Να λύσετε την ανίσωση $f((\eta\mu x)^2) < \frac{7}{8}$

v) Επιπλέον δίνεται η συνάρτηση $g(x) = \ln(ex)$. Να ορίσετε την συνάρτηση $h = f \circ g$.

vi) Να δείξετε ότι η h είναι αντιστρέψιμη και στην συνέχεια να βρείτε την h^{-1} .