

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x)=\ln x+1$, $g(x)=\ln x$ και $h(x)=e^x$.

i) Να ορίσετε τη συνάρτηση $\varphi = \frac{f}{g}$.

ii) Να ορίσετε τη σύνθεση της συνάρτησης h με την συνάρτηση φ ,
δηλαδή τη συνάρτηση $K=\varphi \circ h$, όπου $\varphi(x) = \frac{\ln x + 1}{\ln x}$, $x \in (0,1) \cup (1,+\infty)$.

iii) Αν $K(x) = \frac{x+1}{x}$, $x \neq 0$, να δείξετε ότι η συνάρτηση K είναι γνησίως
φθίνουσα και να γίνει η γραφική της παράσταση.

iv) Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(K(x)-1)^2} \cdot \eta\mu \frac{2025}{x^2}$