

$$\text{Δίνεται η συνάρτηση } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{\ln x}}{x} & , x \in (1, +\infty) \\ \int_{-1}^1 t^2 \eta \mu t dt & , x = 1 \end{cases}.$$

i) Να δείξετε ότι $\int_{-1}^1 t^2 \eta \mu t dt = 0$.

ii) Να αποδείξετε ότι η f είναι συνεχής.

iii) Να μελετήσετε τη συνάρτηση ως προς τη μονοτονία και να βρεθεί το σύνολο τιμών της.

iv) Να βρεθεί το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f , την οριζόντια ασύμπτωτη και τις ευθείες $x=e$, $x=e^2$.

v) Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα όρια:

$$\alpha. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\eta \mu x - \alpha}{f(x)}, \alpha > 0 \qquad \beta. \lim_{x \rightarrow \sqrt{e}} \frac{\alpha - \ln x}{f(x) - f(\sqrt{e})}$$