

Γιά την συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ισχύουν τα παρακάτω

.Η f είναι συνεχής στο $\mathbb{R}$

$$.f(0) = -2$$

.Οι αριθμοί -2 και 1 είναι διαδοχικές ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$

$$.\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 10}{x - 3} = 7 \text{ και } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

A. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - f(-1)x^3 - 1}{x^2 + x + 1}$

B. Να εξετάσετε αν υπάρχει σημείο της C_f με τεταγμένη $\frac{1}{2}$

Γ. Να αποδείξετε ότι υπάρχει $x_0 \in [-2, 2]$ τέτοιο ώστε $f(x_0) = \frac{2f(-\frac{3}{2}) + 3f(\frac{3}{2})}{6}$

Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη σε καθένα από τα διαστήματα $(-\infty, -2]$ και $[1, +\infty)$

Δ. Να βρείτε το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $f(x) = 0$ και το πρόσημο της f

E. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $f(x+1) = x+a$ έχει μία τουλάχιστον ρίζα στο διάστημα $(-3, 2)$, όπου $a \in (3, 8)$.