

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{\ln x}$, $x \in (1, +\infty)$.

α. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία.

β. Να αποδείξετε ότι ισχύει $e^x \geq x^e$ για κάθε $x \in (1, +\infty)$.

γ. Να μελετήσετε την f ως προς τα κοίλα και να βρείτε τα σημεία καμπής.

δ. Να δείξετε ότι $\int_e^{e^2} 4f(x)dx > \frac{3e^4 - 2e^3 - e^2}{2}$.