

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^x, x > 0$ και $g(x) = \ln x, x > 0$.

α) Να ορίσετε τη συνάρτηση $h = \frac{f}{g}$.

β) Επίσης δίνεται η συνάρτηση $\varphi(x) = \ln x, x > 0$. Να ορίσετε τη συνάρτηση $K = \varphi \circ h$.

Αν $K(x) = x \ln x - \ln(\ln x), x > 1$.

γ₁) Να δείξετε ότι η συνάρτηση K παρουσιάζει ολικό ακρότατο σε σημείο με τετμημένη x_0 , όπου $x_0 \in (1, 2)$ και στη συνέχεια, να βρεθεί το σύνολο τιμών της συνάρτησης συναρτήσει του x_0 .

γ₂) Να αποδείξετε ότι $x_0^{x_0} > \ln x_0^e$.

γ₃) Να δείξετε $\int_2^4 xK(x)dx > 6$.