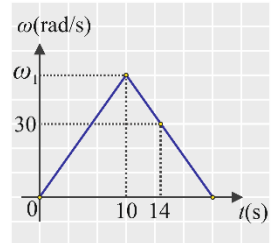


ΘΕΜΑ Β

Κινήσεις Στερεών Σωμάτων

1. Ένας τροχός περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα και η γωνιακή του ταχύτητα μεταβάλλεται με τον χρόνο όπως δείχνει το διάγραμμα. Η μέγιστη τιμή της γωνιακής ταχύτητας του τροχού είναι:

- α. 40 rad/s
- β. 45 rad/s
- γ. 50 rad/s



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

Σωστό είναι το γ.

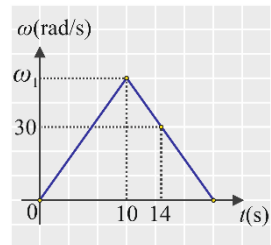
Αιτιολόγηση

Από το διάγραμμα, η γωνιακή επιτάχυνση είναι:

$$\alpha_\gamma = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{-30}{6} = -5 \text{ rad/s}^2$$

Η μέγιστη τιμή της γωνιακής ταχύτητας του τροχού είναι:

$$\omega_1 = \alpha_\gamma t = 50 \text{ rad/s}$$



2. Τροχός περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα με αρχική γωνιακή ταχύτητα μέτρου 10 rad/s. Ο τροχός αποκτά σταθερή γωνιακή επιτάχυνση και έτσι τη χρονική στιγμή 5 s περιστρέφεται αντίθετα με γωνιακή ταχύτητα μέτρου 20 rad/s. Η γωνία που διαγράφει ο τροχός ώσπου να μηδενιστεί η γωνιακή του ταχύτητα είναι:

- α. $\theta = 50/3 \text{ rad}$
- β. $\theta = 25/3 \text{ rad}$
- γ. $\theta = 75/2 \text{ rad}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

Σωστό είναι το β.

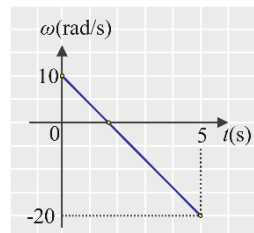
Αιτιολόγηση

Από το διάγραμμα βρίσκουμε:

$$\alpha_\gamma = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{-30}{5} = -6 \text{ rad/s}^2$$

οπότε η γωνία που διαγράφει ο τροχός είναι:

$$\theta = \frac{\omega_0^2}{2|\alpha_\gamma|} \Rightarrow \theta = \frac{25}{3} \text{ rad}$$



4. Δίσκος κάνει περιστροφική κίνηση με γωνιακή ταχύτητα ω_0 γύρω από ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Τη στιγμή $t_0 = 0$ η γωνιακή ταχύτητα αρχίζει να μειώνεται με σταθερό ρυθμό και κάποια στιγμή τ ο δίσκος

σταματάει έχοντας κάνει N πλήρεις περιστροφές. Αν από τη στιγμή $t_0 = 0$ έως τη στιγμή t_1 έχει κάνει N_1 περιστροφές και ισχύει $N_1 = 3N/4$ τότε η χρονική στιγμή t_1 είναι:

- α. $t_1 = \tau/2$
- β. $t_1 = 3\tau/4$
- γ. $t_1 = \tau/4$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

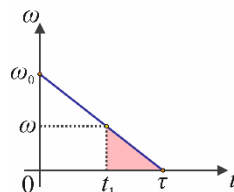
ΛΥΣΗ

Σωστό είναι το α.

Αιτιολόγηση

Από $t_0 = 0$ έως τη στιγμή τ η γωνιακή μετατόπιση είναι θ και υπολογίζεται με εμβαδομέτρηση:

$$\theta = \frac{1}{2} \omega_0 \tau \quad (1)$$



Από $t_0 = 0$ έως τη στιγμή t_1 η γωνιακή μετατόπιση είναι $\theta_1 = \frac{3}{4} \theta$.

Από t_1 έως τη στιγμή τ η γωνιακή μετατόπιση είναι $\Delta\theta = \frac{1}{4} \theta$ και υπολογίζεται εμβαδομετρικά:

$$\Delta\theta = \frac{1}{2} \omega(\tau - t_1) \quad (2)$$

$$\Delta\theta = \frac{1}{4} \theta \Rightarrow \frac{1}{2} \omega(\tau - t_1) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \omega_0 \tau \Rightarrow \frac{\tau - t_1}{\tau} = \frac{1}{4} \frac{\omega_0}{\omega} \quad (3)$$

$$\alpha_\gamma = -\frac{\omega_0}{\tau} = -\frac{\omega}{\Delta t} = -\frac{\omega}{\tau - t_1} \Rightarrow \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{\tau}{\tau - t_1}$$

$$(3) \Rightarrow \frac{\tau - t_1}{\tau} = \frac{1}{4} \frac{\tau}{\tau - t_1} \Rightarrow 4(\tau - t_1)^2 = \tau^2 \Rightarrow 2(\tau - t_1) = \tau \Rightarrow t_1 = \frac{\tau}{2}$$

5. Η ράβδος του σχήματος έχει μήκος l και περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα κάθετο στη ράβδο. Με βάση τα δεδομένα του σχήματος, ο άξονας περιστροφής O απέχει από το άκρο A απόσταση:

- α. $r_A = l/4$
- β. $r_A = 3l/4$
- γ. $r_A = 2l/3$



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

Σωστό είναι το γ.

Αιτιολόγηση

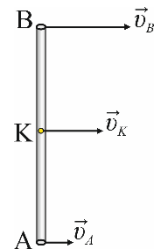
Είναι $v_{cm} = \omega R$ και έχουμε:

$$v_A = \omega r_A \Rightarrow 2v = \omega r_A \text{ και } v_B = \omega r_B \Rightarrow v = \omega(l - r_A)$$

Διαιρώντας κατά μέλη έχουμε:

$$2 = \frac{r_A}{l - r_A} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{r_A}{l} \Rightarrow r_A = 2l/3$$

6. Μια ομογενής ράβδος μήκους 2 m κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και κάποια στιγμή βρίσκεται στη θέση του διπλανού σχήματος (κάτοψη). Στη θέση αυτή, οι ταχύτητες των δύο άκρων A και B της ράβδου είναι κάθετες στη ράβδο με μέτρα $v_A = 4 \text{ m/s}$ και $v_B = 9 \text{ m/s}$, αντίστοιχα.



- A. Η κίνηση που εκτελεί η ράβδος είναι:
- σύνθετη
 - περιστροφική
 - μεταφορική
- B. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου είναι:
- 10 rad/s
 - 5 rad/s
 - 2,5 rad/s

Να επιλέξετε τις σωστές απαντήσεις και να δικαιολογήσετε τις επιλογές σας.

ΛΥΣΗ

A. Σωστό είναι το α.

Αιτιολόγηση

Αν η κίνηση ήταν μεταφορική, θα έπρεπε όλα τα σημεία της ράβδου να έχουν την ίδια ταχύτητα. Άρα δεν είναι μεταφορική.

Αν η κίνηση ήταν περιστροφική, θα έπρεπε κάποιο σημείο της ράβδου να έχει μηδενική ταχύτητα και τα άκρα A και B να έχουν αντίρροπες ταχύτητες. Άρα δεν είναι περιστροφική. Επομένως η ράβδος κάνει **σύνθετη κίνηση**.

B. Σωστό είναι το γ.

Αιτιολόγηση

Η περιστροφή της ράβδου θα γίνεται κατά την ωρολογιακή φορά ώστε να εξασφαλίζεται πως ισχύει $v_B > v_A$. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι $v_K = v_{cm}$.

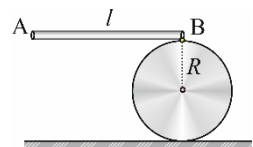
$$\text{Για τις ταχύτητες των σημείων A και B ισχύουν: } \begin{cases} v_A = v_{cm} - \omega \frac{l}{2} & (1) \\ v_B = v_{cm} + \omega \frac{l}{2} & (2) \end{cases}$$

Με πρόσθεση κατά μέλη έχουμε:

$$v_A + v_B = 2v_{cm} \Rightarrow v_{cm} = \frac{v_A + v_B}{2} \Rightarrow v_{cm} = 6,5 \text{ m/s}$$

$$\omega \frac{l}{2} = v_B - v_{cm} \Rightarrow \omega = \frac{2(v_B - v_{cm})}{l} \Rightarrow \omega = \frac{2(9 - 6,5)}{2} \Rightarrow \omega = 2,5 \text{ rad/s}$$

7. Μία δοκός AB μήκους l είναι οριζόντια ώστε αρχικά το άκρο της A να εφάπτεται στο ανώτερο σημείο του τροχού, ο οποίος κυλάει σε οριζόντιο επίπεδο. Η δοκός κινείται έτσι ώστε να εφάπτεται συνέχεια στο ανώτερο σημείο του τροχού. Όταν το άκρο A της δοκού φτάσει στο ανώτερο σημείο του τροχού, το κέντρο μάζας του τροχού θα έχει διανύσει διάστημα:



- $x_{cm} = 2l/3$
- $x_{cm} = l$
- $x_{cm} = l/3$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

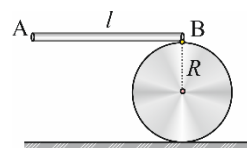
ΛΥΣΗ

Σωστό είναι το β.

Αιτιολόγηση

Η δοκός διανύει $x_d = x_{cm} + l$, που είναι διπλάσιο διάστημα από αυτό που διανύει το κέντρο μάζας.

$$x_{cm} + l = 2x_{cm} \Rightarrow x_{cm} = l$$



8. Τροχός κάνει κύλιση χωρίς ολίσθηση σε οριζόντιο επίπεδο. Ένα σημειακό αντικείμενο Σ κινείται παράλληλα προς το οριζόντιο επίπεδο έτσι ώστε να βρίσκεται συνέχεια ακριβώς πάνω από το ανώτερο σημείο του τροχού. Αν v η ταχύτητα του Σ και v_{cm} η ταχύτητα του κέντρου μάζας του τροχού, θα ισχύει:

α. $v = v_{cm}$

β. $v = 2v_{cm}$

γ. $v = \sqrt{2}v_{cm}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

Σωστό είναι το α.

Αιτιολόγηση

Εφόσον το Σ βρίσκεται συνέχεια πάνω από το κέντρο μάζας θα έχει την ταχύτητα του κέντρου μάζας.

10. Ένας τροχός ακτίνας R κάνει κύλιση χωρίς ολίσθηση σε οριζόντιο επίπεδο έτσι ώστε το κέντρο μάζας να κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Η μέγιστη ταχύτητα που αποκτά ένα σημείο του τροχού είναι v . Η επιτάχυνση του κατώτερου σημείου του τροχού έχει μέτρο:

α. $a = \frac{v^2}{R}$

β. $a = \frac{v^2}{2R}$

γ. $a = \frac{v^2}{4R}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

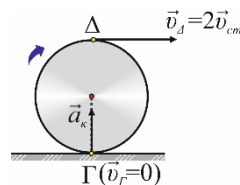
Σωστό είναι το γ.

Αιτιολόγηση

Είναι $v = 2v_{cm} \Rightarrow v_{cm} = v/2$.

Επομένως:

$$a = \frac{v_{cm}^2}{R} \Rightarrow a = \frac{v^2}{4R}$$



11. Ένα τρακτέρ κινείται σε οριζόντιο δρόμο. Οι μπροστινοί τροχοί έχουν ακτίνα R_1 , ενώ οι πίσω τροχοί έχουν ακτίνα R_2 και ισχύει $R_2 = 2R_1$. Τα ανώτερα σημεία των μπροστινών τροχών έχουν ταχύτητες v_1 και v_2 για τις οποίες ισχύει:

α. $v_2 = 2v_1$

β. $v_2 = v_1$

γ. $v_2 = \sqrt{2}v_1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

Σωστό είναι το β.

Αιτιολόγηση

Είναι $v_{cm} = \omega R$ και έχουμε:

$$v_1 = v_{cm} + \omega_1 R_1 = 2v_{cm} \text{ και } v_2 = v_{cm} + \omega_2 R_2 = 2v_{cm}$$

οπότε $v_2 = v_1$.

13. Ένα ποδήλατο κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα v . Η ακτίνα του μπροστινού τροχού είναι R και του πίσω είναι r και ισχύει $R = 4r$. Και οι δύο τροχοί κάνουν κύλιση χωρίς ολίσθηση.

A. Αν ω είναι η γωνιακή ταχύτητα του μεγάλου τροχού και ω' η γωνιακή ταχύτητα του μικρού τροχού τότε:

α. $\omega = \omega'$

β. $\omega = 4\omega'$

γ. $\omega = \omega'/4$

B. Όταν ο μπροστινός τροχός έχει κάνει $N = 10$ περιστροφές τότε ο πίσω τροχός θα έχει κάνει N' περιστροφές και θα ισχύει:

α. $N' = 10$

β. $N' = 20$

γ. $N' = 40$

Να επιλέξετε τις σωστές απαντήσεις και να δικαιολογήσετε τις επιλογές σας.

ΛΥΣΗ

A. Σωστό είναι το γ.

Αιτιολόγηση

Είναι: $\omega R = \omega' r \Rightarrow \omega 4r = \omega' r \Rightarrow \omega = \omega'/4$.

B. Σωστό είναι το γ.

Αιτιολόγηση

Είναι $N = \theta/2\pi$ και έχουμε:

$$N' = \frac{\theta'}{2\pi} = \frac{\omega' t}{2\pi} = \frac{4\omega t}{2\pi} = 4 \frac{\theta}{2\pi} = 4N \Rightarrow N' = 40$$

15. Τροχός ακτίνας R κυλάει σε οριζόντιο δρόμο. Τα σημεία της περιφέρειας του τροχού που έχουν ταχύτητα με μέτρο v_{cm} απέχουν από το έδαφος απόσταση:

α. $h = R$

β. $h = R/2$

γ. $h = 3R/2$

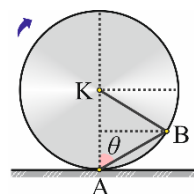
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

Σωστό είναι το β.

Αιτιολόγηση

Είναι $v_{cm} = \omega R$ και έστω ότι το σημείο B έχει ταχύτητα μέτρου v_{cm} .



Είναι όμως:

$$v_B = 2v_{cm} \sin\theta \Rightarrow v_{cm} = 2v_{cm} \sin\theta \Rightarrow \sin\theta = 1/2$$

Άρα:

$$h = R(1 - \sin\theta) = R(1 - 1/2) \Rightarrow h = R/2$$

16. Ένας ομογενής τροχός ακτίνας R κυλάει χωρίς ολίσθηση σε οριζόντιο επίπεδο. Δύο σημεία K και Λ του τροχού, που ισαπέχουν από το κέντρο του, βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφη διάμετρο και έχουν ταχύτητες που τα μέτρα τους διαφέρουν κατά $1,2v_{cm}$. Η απόσταση των δύο σημείων από το κέντρο μάζας του τροχού είναι:

α. $d = 0,3R$

β. $d = 0,6R$

γ. $d = 0,5R$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

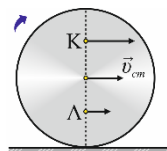
Σωστό είναι το β.

Αιτιολόγηση

Ισχύουν: $v_K = v_{cm} + \omega d$ και $v_\Lambda = v_{cm} - \omega d$.

Με αφαίρεση κατά μέλη έχουμε:

$$v_K - v_\Lambda = 2\omega d \Rightarrow 1,2v_{cm} = 2\omega d \Rightarrow 1,2\omega R = 2\omega d \Rightarrow d = 0,6R$$



17. Ο τροχός του σχήματος έχει ακτίνα R και κυλιέται σε οριζόντιο επίπεδο. Τα σημεία A και Γ ανήκουν στην κατακόρυφη διάμετρο και απέχουν r από το κέντρο μάζας του τροχού. Αν ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων των σημείων A και Γ είναι $v_A/v_\Gamma = 3$ τότε ο λόγος των αποστάσεων r/R είναι:

α. $r/R = 1/2$

β. $r/R = 1/3$

γ. $r/R = 1/4$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

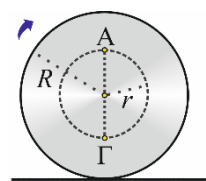
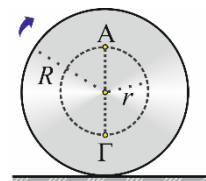
Σωστό είναι το α.

Αιτιολόγηση

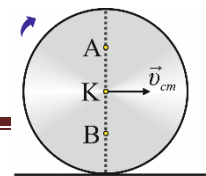
$$v_A = 3v_\Gamma \Rightarrow v_{cm} + r\omega = 3(v_{cm} - r\omega) \Rightarrow$$

$$v_{cm} + r\omega = 3v_{cm} - 3r\omega \Rightarrow 4r\omega = 2v_{cm} \Rightarrow$$

$$4r\omega = 2R\omega \Rightarrow r = \frac{R}{2} \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{1}{2}$$



18. Ο δίσκος του σχήματος εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση σε οριζόντιο δρόμο. Τα σημεία A και B ανήκουν στην κατακόρυφη διάμετρο και



απέχουν από το κέντρο του δίσκου αποστάσεις $(AK) = (KB) = R/2$.

Ο λόγος των ταχυτήτων v_A/v_B είναι:

α. $v_A/v_B = 1$

β. $v_A/v_B = 2$

γ. $v_A/v_B = 3$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

Σωστό είναι το γ.

Αιτιολόγηση

Είναι $v_{cm} = \omega R$ και έχουμε:

$$v_A = v_{cm} + \omega R/2 = \omega R + \omega R/2 = 3\omega R/2$$

και

$$v_B = v_{cm} - \omega R/2 = \omega R - \omega R/2 = \omega R/2$$

Άρα $v_A/v_B = 3$.

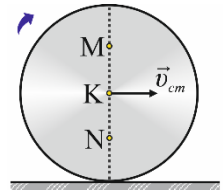
19. Ο δίσκος του σχήματος εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση με σταθερή ταχύτητα v_{cm} . Δύο σημεία Μ και Ν απέχουν ίδια απόσταση από το κέντρο Κ και έχουν ταχύτητες που ικανοποιούν τη σχέση $v_M = 5v_N$. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι:

α. $v_{cm} = v_M/2$

β. $v_{cm} = 3v_N$

γ. $v_{cm} = (v_M + v_N)/5$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



ΛΥΣΗ

Σωστό είναι το β.

Αιτιολόγηση

Είναι $v_{cm} = \omega R$ και έχουμε:

$$v_M = v_{cm} + \omega d = \omega(R + d)$$

και

$$v_N = v_{cm} - \omega d = \omega(R - d)$$

οπότε:

$$v_M = 5v_N \Rightarrow \omega(R + d) = 5\omega(R - d) \Rightarrow R + d = 5R - 5d \Rightarrow d = 2R/3$$

Άρα:

$$v_N = v_{cm} - \omega d = v_{cm} - 2\omega R/3 = v_{cm} - 2v_{cm}/3 = v_{cm}/3 \Rightarrow v_{cm} = 3v_N$$

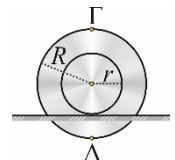
20. Το καρούλι του σχήματος κυλάει πάνω σε ράγα. Αν για τις ταχύτητες των σημείων Γ και Δ ισχύει $v_\Gamma = 3v_\Delta$, για τις ακτίνες R και r ισχύει:

α. $R = 2r$

β. $R = 3r$

γ. $R = 3r/2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



ΛΥΣΗ

Σωστό είναι το α.

Αιτιολόγηση

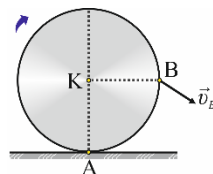
Είναι $v_{cm} = \omega r$ και έχουμε:

$$v_{\Gamma} = v_{cm} + \omega R = \omega(R + r) \text{ και } v_{\Delta} = |v_{cm} - \omega R| = \omega(R - r)$$

οπότε:

$$v_{\Gamma} = 3v_{\Delta} \Rightarrow \omega(R + r) = 3\omega(R - r) \Rightarrow R + r = 3(R - r) \Rightarrow R = 2r$$

22. Ο κατακόρυφος τροχός του σχήματος κινείται σε οριζόντιο δάπεδο εκτελώντας μεταφορική και στροφική κίνηση (δεν κυλίεται). Κάποια στιγμή που το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου του Κ είναι $v_{cm} = 4 \text{ m/s}$, το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Β που απέχει R από το έδαφος είναι $v_B = 5 \text{ m/s}$. Το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Α, που είναι το σημείο επαφής του τροχού με το δάπεδο, είναι:



α. $v_A = 0 \text{ m/s}$

β. $v_A = 1 \text{ m/s}$

γ. $v_A = 3 \text{ m/s}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

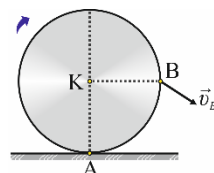
ΛΥΣΗ

Σωστό είναι το β.

Αιτιολόγηση

$$v_B^2 = v_{cm}^2 + (R\omega)^2 \Rightarrow R\omega = \sqrt{5^2 - 4^2} \Rightarrow R\omega = 3 \text{ m/s}$$

$$v_A = v_{cm} - R\omega \Rightarrow v_A = 4 - 3 = 1 \text{ m/s}$$



24. Τροχός κάνει κύλιση χωρίς ολίσθηση.

Α. Αν θ η γωνία που σχηματίζει η ΓΖ με την ΓΟ, η ταχύτητα ενός τυχαίου σημείου Ζ της περιφέρειας του τροχού είναι:

α. $v_Z = 2v_{cm} \sin \theta$

β. $v_Z = 2v_{cm} \eta \mu \theta$

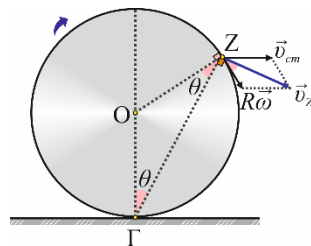
γ. $v_Z = v_{cm} \eta \mu 2\theta$

Β. Ένα σημείο Δ έχει ταχύτητα μέτρου $v_{\Delta} = v_{cm}$. Η απόσταση του Δ από το δάπεδο είναι:

α. $h = R$

β. $h = R/2$

γ. $h = R/4$



Να επιλέξετε τις σωστές απαντήσεις και να δικαιολογήσετε τις επιλογές σας.

ΛΥΣΗ

Α. Σωστό είναι το α.

Αιτιολόγηση

Είναι $v_{cm} = R\omega$ και έχουμε:

$$v_Z = \sqrt{v_{cm}^2 + v_{cm}^2 + 2v_{cm}^2 \sin 2\theta} = v_{cm} \sqrt{2(1 + \sin 2\theta)} = v_{cm} \sqrt{4 \sin^2 \theta} \Rightarrow$$

$$v_Z = 2v_{cm} \sin \theta$$

B. Σωστό είναι το β.

Αιτιολόγηση

Είναι $v_\Delta = v_{cm}$, οπότε $\sin\theta = 1/2$, δηλαδή $\theta = 60^\circ$ και το τρίγωνο $\Gamma O \Delta$ θα είναι ισόπλευρο. Θα είναι τότε:

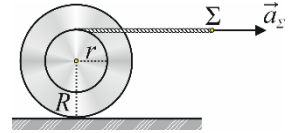
$$h = R \sin\theta \Rightarrow h = R/2$$

26. Το άκρο Σ του νήματος έχει επιτάχυνση a_Σ . Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του τροχού θα είναι:

α. $a_{cm} = \frac{r}{R+r} a_\Sigma$

β. $a_{cm} = \frac{R}{R+r} a_\Sigma$

γ. $a_{cm} = \frac{r}{R} a_\Sigma$



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

Σωστό είναι το β.

Αιτιολόγηση

Είναι $a_{cm} = \alpha_\gamma R$ και έχουμε:

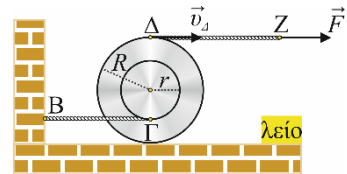
$$a_\Sigma = a_{cm} + \alpha_\gamma r \Rightarrow a_\Sigma = a_{cm} + a_{cm} \frac{r}{R} \Rightarrow a_\Sigma = a_{cm} \left(1 + \frac{r}{R}\right) \Rightarrow a_{cm} = \frac{R}{R+r} a_\Sigma$$

27. Ο τροχός του σχήματος κάνει σύνθετη κίνηση στο λείο δάπεδο. Τα νήματα είναι τυλιγμένα πολλές φορές γύρω από τα αυλάκια του τροχού και ισχύει $R = 2r$. Ο λόγος της ταχύτητας του σημείου Δ προς την ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι:

α. $v_\Delta/v_{cm} = 2$

β. $v_\Delta/v_{cm} = 1$

γ. $v_\Delta/v_{cm} = 3$



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

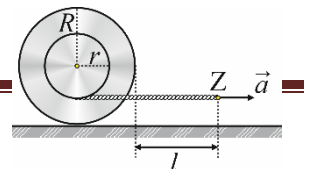
Σωστό είναι το γ.

Αιτιολόγηση

Είναι: $v_\Gamma = 0 \Rightarrow v_{cm} - \omega r = 0 \Rightarrow v_{cm} - \omega R/2 = 0 \Rightarrow \omega R = 2v_{cm}$.

Άρα: $v_\Delta = v_{cm} + \omega R = v_{cm} + 2v_{cm} = 3v_{cm} \Rightarrow v_\Delta/v_{cm} = 3$.

28. Το οριζόντιο τμήμα του νήματος έχει αρχικά μήκος l . Τραβάμε το άκρο Z και ο τροχός κάνει κύλιση χωρίς



ολίσθηση. Για τις ακτίνες ισχύει $R = 2r$. Όταν το κέντρο μάζας του τροχού μετατοπιστεί κατά $\Delta x_{cm} = l/2$ τότε το μήκος του οριζόντιου τμήματος του σχοινιού θα είναι:

α. $\Delta x = 2l/3$

β. $\Delta x = 3l/4$

γ. $\Delta x = l/2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

Σωστό είναι το β.

Αιτιολόγηση

Για το κέντρο μάζας ισχύει: $x_{cm} = \Delta x_{cm} = l/2$.

Για το σημείο Z ισχύει: $x_z = l/2 + \Delta x_z = l + R\theta - r\theta$.

Το ζητούμενο μήκος είναι ίσο με Δx_z , οπότε:

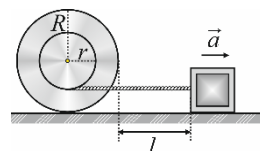
$$\Delta x = \frac{l}{2} + R\theta - r\theta = \frac{l}{2} + \frac{R\theta}{2} = \frac{l}{2} + \frac{\Delta x_{cm}}{2} = \frac{l}{2} + \frac{l}{4} \Rightarrow \Delta x = \frac{3l}{4}$$

29. Αρχικά ο τροχός και ο κύβος είναι ακίνητοι και απέχουν $l = 4 \text{ m}$. Την $t = 0$ ο κύβος αποκτά σταθερή επιτάχυνση $a = 1 \text{ m/s}^2$. Αν $r = R/3$, τα σώματα θα συναντηθούν τη χρονική στιγμή:

α. $t = 1 \text{ s}$

β. $t = 2 \text{ s}$

γ. $t = 4 \text{ s}$



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

Σωστό είναι το γ.

Αιτιολόγηση

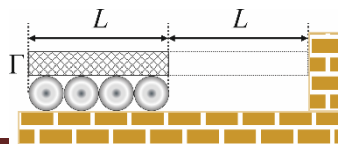
Είναι $a_{cm} = \alpha_\gamma R$ και έχουμε για το σημείο επαφής σχοινιού - τροχού:

$$a = a_{cm} - \alpha_\gamma r = a_{cm} - \alpha_\gamma \frac{R}{3} = \frac{2a_{cm}}{3} \Rightarrow a_{cm} = \frac{3}{2}a = \frac{3}{2} \text{ m/s}^2$$

Όταν συναντηθούν θα είναι:

$$x_{cm} = l + x \Rightarrow \frac{1}{2}a_{cm}t^2 = l + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2l}{a_{cm} - a}} \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

31. Για τη μεταφορά μαρμάρινης πλάκας χρησιμοποιούμε σύστημα κορμών όπως στο σχήμα. Το μήκος της πλάκας είναι $L = 2 \text{ m}$ και η ακτίνα κάθε κορμού είναι $R =$



0,25 m. Οι κορμοί κάνουν κύλιση χωρίς ολίσθηση και η πλάκα μετακινείται αργά. Όταν κάποιος κορμός αποκαλύπτεται πλήρως (δεν υπάρχει πλάκα από πάνω του), μεταφέρεται στο μπροστινό μέρος. Πόσες μετακινήσεις κορμών πρέπει να γίνουν ώστε ο κορμός να διανύσει διάστημα ίσο με το μήκος του;

α. $N = 1$

β. $N = 2$

γ. $N = 3$

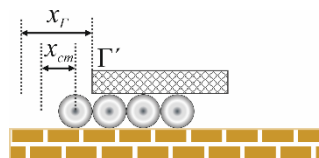
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

Σωστό είναι το β.

Αιτιολόγηση

Όταν το CM κάθε κορμού μετακινηθεί κατά $2R$ τότε το το πίσω άκρο Γ της πλάκας θα έχει μετακινηθεί κατά $4R$



$$0 \text{ μετακινήσεις} \Rightarrow x_{\Gamma} = 1 \cdot 4R$$

$$1 \text{ μετακινήσεις} \Rightarrow x_{\Gamma} = 2 \cdot 4R = L$$

$$2 \text{ μετακινήσεις} \Rightarrow x_{\Gamma} = 3 \cdot 4R$$

$$N \text{ μετακινήσεις} \Rightarrow x_{\Gamma} = (N + 1) \cdot 4R$$

$$x_{\Gamma} = (N + 1) \cdot 4R = L = 2 \text{ m} = 8R \Rightarrow$$

$$N + 1 = 2 \Rightarrow N = 1 \text{ μετακινήσεις}$$

32. Η τροχαλία του σχήματος έχει τυλιγμένο στο αυλάκι της αβαρές και μη εκτατό νήμα, του οποίου το άλλο άκρο είναι σταθερά δεμένο σε οροφή. Αφήνουμε το δίσκο ελεύθερο και αυτός κατέρχεται, ενώ το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να γλυστρά στο αυλάκι του. Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων των σημείων Α και Γ που βρίσκονται στην κατακόρυφη διάμετρο του δίσκου είναι:

α. $v_A/v_{\Gamma} = 1/2$

β. $v_A/v_{\Gamma} = 1$

γ. $v_A/v_{\Gamma} = 2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

Σωστό είναι το β.

Αιτιολόγηση

Είναι $v_{cm} = R\omega$ και έχουμε:

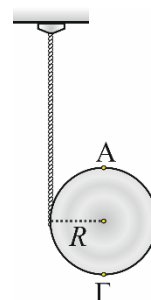
$$v_A = \sqrt{v_{cm}^2 + (R\omega)^2} = v_{cm}\sqrt{2}$$

και

$$v_{\Gamma} = \sqrt{v_{cm}^2 + (R\omega)^2} = v_{cm}\sqrt{2}$$

Άρα:

$$v_A/v_{\Gamma} = 1$$



33. Στο γιο-γιο του σχήματος το νήμα είναι πολλές φορές τυλιγμένο στην περιφέρεια του κυλίνδρου. Αφήνουμε το σώμα ελεύθερο να κινηθεί. Το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει στην περιφέρεια. Η ευθεία ε είναι παράλληλη στο νήμα σε απόσταση $R/2$ από το νήμα και τέμνει την περιφέρεια του τροχού στα σημεία B και Γ. Οι ταχύτητες των σημείων B και Γ έχουν μέτρα:

α. $v_B = v_\Gamma > v_{cm}$

β. $v_B = v_\Gamma = v_{cm}$

γ. $v_B = v_\Gamma < v_{cm}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

Σωστό είναι το β.

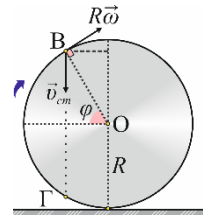
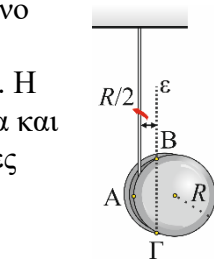
Αιτιολόγηση

Είναι $v_{cm} = \omega R$. Με $\varphi = 60^\circ$ έχουμε για τις ταχύτητες των σημείων B και Γ:

$$v_B = v_\Gamma = \sqrt{v_{cm}^2 + v_{cm}^2 + 2v_{cm}^2 \sin(\pi - \varphi)} \Rightarrow$$

$$v_B = v_\Gamma = \sqrt{v_{cm}^2 + v_{cm}^2 + 2v_{cm}^2(-1/2)} \Rightarrow$$

$$v_B = v_\Gamma = v_{cm}$$



34. Στα σχήματα (α) και (β) το άκρο του νήματος ανέρχεται με την ίδια σταθερή ταχύτητα $v_1 = v_2$. Τα κέντρα μάζας των δύο τροχών έχουν ταχύτητες ίδιου μέτρου.

A. Για τις γωνιακές ταχύτητες των δύο τροχών ισχύει:

α. $\omega_2 = \omega_1$

β. $\omega_2 = 2\omega_1$

γ. $\omega_2 = 3\omega_1$

B. Για να είναι ίσες οι γωνιακές ταχύτητες των δύο τροχών, ο λόγος των ακτίνων πρέπει να είναι:

α. $R_2/R_1 = 1$

β. $R_2/R_1 = 2$

γ. $R_2/R_1 = 3$

Να επιλέξετε τις σωστές απαντήσεις και να δικαιολογήσετε τις επιλογές σας.

ΛΥΣΗ

A. Σωστό είναι το γ.

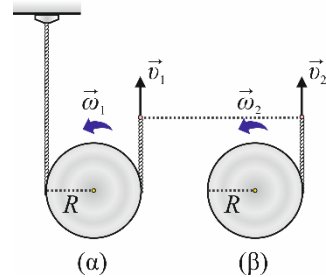
Αιτιολόγηση

$$v_2 = v_1 \Rightarrow R\omega_2 - v_{cm} = 2v_{cm} \Rightarrow R\omega_2 = 3v_{cm} \Rightarrow R\omega_2 = 3R\omega_1 \Rightarrow \omega_2 = 3\omega_1$$

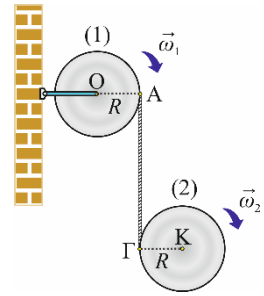
B. Σωστό είναι το γ.

Αιτιολόγηση

$$v_2 = v_1 \Rightarrow R_2\omega - v_{cm} = 2v_{cm} \Rightarrow R_2\omega = 3v_{cm} \Rightarrow R_2\omega = 3R_1\omega \Rightarrow R_2 = 3R_1$$



35. Οι δίσκοι του σχήματος είναι ομογενείς και έχουν ίδια ακτίνα R . Το σχοινί είναι τυλιγμένο πολλές φορές στην περιφέρεια των δύο δίσκων. Αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα και κάποια στιγμή το κέντρο μάζας του δίσκου (2) έχει ταχύτητα v_2 και την ίδια στιγμή οι γωνιακές ταχύτητες των δίσκων είναι ω_1 και ω_2 . Ποια σχέση από τις ακόλουθες είναι σωστή;



- α. $v_2 = (\omega_1 - \omega_2)R$
 β. $v_2 = (\omega_1 - \omega_2)R/2$
 γ. $v_2 = (\omega_1 + \omega_2)R$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

Σωστό είναι το γ.

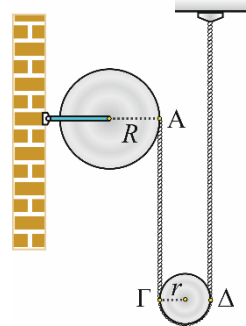
Αιτιολόγηση

Για τα σημεία Α και Γ του σχοινιού ισχύουν: $v_A = \omega_1 R$ και $v_\Gamma = v_2 - \omega_2 R$.

Πρέπει $v_A = v_\Gamma$, οπότε έχουμε:

$$\omega_1 R = v_2 - \omega_2 R \Rightarrow \omega_1 R + \omega_2 R = v_2 \Rightarrow v_2 = (\omega_1 + \omega_2)R$$

36. Στο σύστημα του διπλανού σχήματος η ακίνητη τροχαλία έχει ακτίνα R ενώ η ακτίνα του δίσκου είναι r . Αν $R = 2r$ και κάποια στιγμή οι γωνιακές ταχύτητες τροχαλίας και δίσκου είναι ω_1 και ω_2 , αντίστοιχα, τότε ισχύει:



- α. $\omega_1 = \omega_2$
 β. $\omega_1 = 2\omega_2$
 γ. $\omega_1 = \omega_2/2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

Σωστό είναι το α.

Αιτιολόγηση

Το σημείο Δ έχει μηδενική ταχύτητα, οπότε $v_\Delta = 0 \Rightarrow v_{cm} = \omega_2 r$.

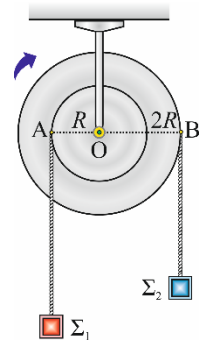
Για τα σημεία Α και Γ του σχοινιού ισχύουν:

$$v_A = \omega_1 R = 2\omega_1 r \text{ και } v_\Gamma = v_{cm} + \omega_2 r = \omega_2 r + \omega_2 r = 2\omega_2 r$$

Πρέπει $v_A = v_\Gamma$, οπότε έχουμε:

$$2\omega_1 r = 2\omega_2 r \Rightarrow \omega_1 = \omega_2$$

39. Στην τροχαλία του σχήματος είναι $(OA) = R$, $(OB) = 2R$ και έχουμε συνδέσει με νήματα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 , όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν αφήσουμε το σύστημα ελεύθερο, η τροχαλία περιστρέφεται δεξιόστροφα.



- A. Αν κάποια στιγμή t οι ταχύτητες των σωμάτων είναι v_1 και v_2 , τότε ισχύει:
- α. $v_1 = v_2$ β. $v_2 = 2v_1$ γ. $v_2 = v_1/2$
- B. Αν τη στιγμή t τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έχουν διανύσει διαστήματα y_1 και y_2 , τότε ισχύει:
- α. $y_2 = y_1$ β. $y_2 = 2y_1$ γ. $y_2 = y_1/2$
- Γ. Αν οι επιταχύνσεις των σωμάτων είναι a_1 και a_2 , τότε ισχύει:
- α. $a_2 = a_1$ β. $a_2 = 2a_1$ γ. $a_2 = a_1/2$

Να επιλέξετε τις σωστές απαντήσεις και να δικαιολογήσετε τις επιλογές σας.

ΛΥΣΗ

A. Σωστό είναι το β.

Αιτιολόγηση

Ισχύουν: $v_1 = \omega R$ και $v_2 = 2\omega R$, οπότε $v_2 = 2v_1$.

B. Σωστό είναι το β.

Αιτιολόγηση

Ισχύουν: $y_1 = R\theta$ και $y_2 = 2R\theta$, οπότε $y_2 = 2y_1$.

Γ. Σωστό είναι το β.

Αιτιολόγηση

Ισχύουν: $a_1 = R\alpha$ και $a_2 = 2R\alpha$, οπότε $a_2 = 2a_1$.