

**3^ο Διαγώνισμα - Ρευστά
με θέματα από το Ψηφιακό Σχολείο**

Τα θέματα επιμελήθηκε ο Δουκατζής Βασίλειος

A1. Η παροχή μίας βρύσης είναι $\Pi=0,004\text{m}^3/\text{s}$. Ο όγκος του νερού που ρέει από τη βρύση σε χρονικό διάστημα $\Delta t=1\text{min}$ είναι:

α. $V = 0,24 \text{ cm}^3$

β. $V = 0,24 \text{ m}^3$

γ. $V = 2.400 \text{ cm}^3$

δ. $V = 0,024 \text{ m}^3$

β

A2. Σύμφωνα με την αρχή του Pascal, η **πρόσθετη** πίεση που δημιουργεί ένα **εξωτερικό** αίτιο σε κάποιο σημείο του υγρού μεταφέρεται αναλλοίωτη:

α. Μόνο στα σημεία του υγρού που βρίσκονται πλησίον του σημείου στο οποίο επέδρασε το εξωτερικό αίτιο.

β. Σε όλα τα σημεία του υγρού.

γ. Μόνο στα σημεία του υγρού που βρίσκονται στην ίδια διεύθυνση με το εξωτερικό αίτιο.

δ. Μόνο στα σημεία του υγρού που βρίσκονται σε διεύθυνση κάθετη με την διεύθυνση του εξωτερικού αιτίου.

β

A3. Η εξίσωση της συνέχειας είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης της:

α. Ταχύτητας.

β. Υδροστατικής πίεσης.

γ. Ύλης.

δ. Ενέργειας.

γ

A4. Σε ένα ιδανικό ρευστό που ρέει κατά μήκος ενός οριζόντιου σωλήνα μεταβλητής διατομής η πίεση του ρευστού:

- α.** Είναι ανεξάρτητη της ταχύτητας ροής του.
- β.** Είναι αντιστρόφως ανάλογη της ταχύτητας ροής του.
- γ.** Αυξάνεται, όπου η ταχύτητα ροής αυξάνεται.
- δ.** Αυξάνεται, όπου η ταχύτητας ροής μειώνεται.

δ

- α.** Η υδροστατική πίεση προκαλεί δυνάμεις που ασκούνται κάθετα σε κάθε επιφάνεια που βρίσκεται μέσα σε ένα υγρό.
- β.** Εκεί που πυκνώνουν οι ρευματικές γραμμές η ταχύτητα της ροής αυξάνεται.
- γ.** Η παροχή είναι μονόμετρο μέγεθος ενώ η πίεση διανυσματικό.
- δ.** Η εξίσωση του Bernoulli είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης της μάζας.
- ε.** Η ταχύτητα κάθε μορίου ενός ρευστού είναι εφαπτομένη της ρευματικής γραμμής.

A – Σ

B – Σ

γ – Λ

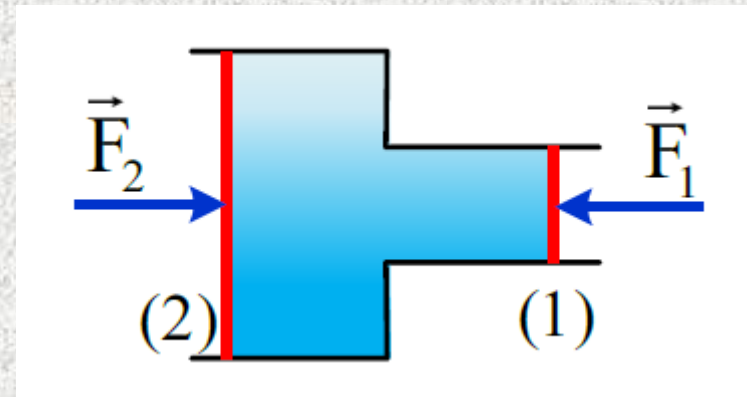
Δ – Λ

Ε – Σ

B1. Το δοχείο του σχήματος βρίσκεται στην ατμόσφαιρα, είναι γεμάτο με ιδανικό υγρό και κλείνεται ερμητικά με δύο έμβολα (1) και (2) που τα εμβαδά τους A_1 και A_2 αντίστοιχα συνδέονται με τη σχέση $A_2 = 4A_1$. Κάθετα στην επιφάνεια του εμβόλου (1) ασκούμε δύναμη μέτρου F_1 . Για να παραμείνουν τα έμβολα ακίνητα στις αρχικές τους θέσεις, πρέπει ταυτόχρονα στο έμβολο (2) να ασκήσουμε κάθετη δύναμη που έχει μέτρο F_2 για το οποίο ισχύει

α. $F_2 = 4F_1$ **β.** $F_2 = F_1$ **γ.** $F_2 = F_1/4$

Θεωρήστε ότι η πίεση σε όλη την έκταση του υγρού, έχει την ίδια τιμή.



B1. Το δοχείο του σχήματος βρίσκεται στην ατμόσφαιρα, είναι γεμάτο με ιδανικό υγρό και κλείνεται ερμητικά με δύο έμβολα (1) και (2) που τα εμβαδά τους A_1 και A_2 αντίστοιχα συνδέονται με τη σχέση $A_2 = 4A_1$. Κάθετα στην επιφάνεια του εμβόλου (1) ασκούμε δύναμη μέτρου F_1 . Για να παραμείνουν τα έμβολα ακίνητα στις αρχικές τους θέσεις, πρέπει ταυτόχρονα στο έμβολο (2) να ασκήσουμε κάθετη δύναμη που έχει μέτρο F_2 για το οποίο ισχύει

α. $F_2 = 4F_1$ **β.** $F_2 = F_1$ **γ.** $F_2 = F_1/4$

$$\Sigma F_1 = 0 \rightarrow F_1 + F_{at,1} = F_{uy,1}$$

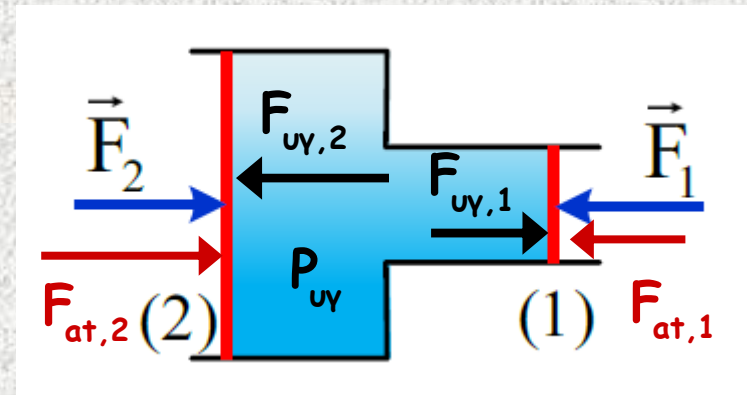
$$F_1 + P_{at} A_1 = P_{uy} A_1 \rightarrow P_{uy} = \frac{F_1 + P_{at} A_1}{A_1} \quad (1)$$

Ομοίως

$$\Sigma F_2 = 0 \rightarrow F_2 + F_{at,2} = F_{uy,2}$$

$$F_2 + P_{at} A_2 = P_{uy} A_2 \rightarrow P_{uy} = \frac{F_2 + P_{at} A_2}{A_2} \rightarrow P_{uy} = \frac{F_2 + P_{at} 4A_1}{4A_1} \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow F_2 = 4F_1 \quad \text{α.}$$



B2. Στο διάγραμμα βλέπουμε τις γραφικές παραστάσεις των παροχών σε σχέση με το χρόνο κατά το **άδειασμα** δύο δοχείων (1) και (2) από τις βρύσες τους. Τα δύο δοχεία αρχικά ήταν εντελώς **γεμάτα** με νερό, που το θεωρούμε ιδανικό ρευστό. Για τις χωρητικότητες των δύο δοχείων ισχύει:

α. $V_1 > V_2$ **β.** $V_1 = V_2$ **γ.** $V_1 < V_2$

Σε ένα διάγραμμα Παροχής- Χρόνου,
το εμβαδό μετρά όγκο του υγρού.

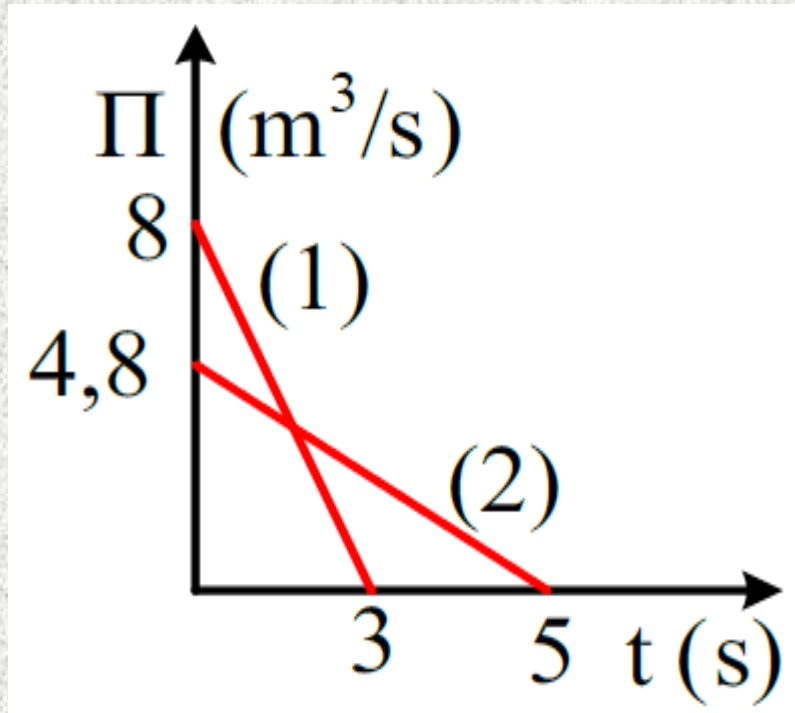
Δοχείο (1)

$$V_1 = \frac{1}{2} 3s \cdot 8 \frac{m^3}{s} = 12m^3$$

Δοχείο (2)

$$V_1 = \frac{1}{2} 5s \cdot 4,8 \frac{m^3}{s} = 12m^3$$

$V_1 = V_2$ **β.**



B3. Η συνολική πίεση στον πυθμένα ενός ανοικτού δοχείου γεμάτου με υγρό πυκνότητας ρ_1 είναι $P_1 = 1,2P_{at}$. Αντικαθιστούμε το αρχικό υγρό με άλλο ίσου όγκου, πυκνότητας ρ_2 για την οποία ισχύει $\rho_2 = 2\rho_1$. Η συνολική πίεση P_2 που επικρατεί στον πυθμένα του δοχείου είναι:

α. $P_2 = 1,4P_{at}$ **β.** $P_2 = 2,4P_{at}$ **γ.** $P_2 = 2,8P_{at}$

Για την αρχική πίεση στον πυθμένα ισχύει:

$$P_1 = P_{at} + \rho_1 gh \rightarrow 1,2P_{at} = P_{at} + \rho_1 gh \rightarrow \rho_1 gh = 0,2P_{at} \quad (1)$$

Μετά την αλλαγή του υγρού ισχύει:

$$P_2 = P_{at} + \rho_2 gh \rightarrow P_2 = P_{at} + 2\rho_1 gh \quad (2)$$

$$(2), (1) \rightarrow P_2 = P_{at} + 2 \cdot 0,2P_{at} \rightarrow P_2 = 1,4P_{at} \quad \text{α.}$$

B4. Στο σχήμα δείχνεται ένας οριζόντιος σωλήνας μεταβλητής διατομής ο οποίος μέσω των κατακόρυφων σωλήνων (1) και (2) επικοινωνεί με το νερό δύο ίδιων δοχείων, A και B, που περιέχουν ίδιες ποσότητες νερού.

Διοχετεύουμε στον οριζόντιο σωλήνα αέρα, τον οποίο θεωρούμε ιδανικό ρευστό με $\rho_{\text{αέρα}} \ll \rho_{\text{νερού}}$. Για τη στάθμη του νερού στους σωλήνες (1), (2) μετά τη διοχέτευση του αέρα ισχύει:

α. $h_1 = h_2$ **β.** $h_1 > h_2$ **γ.** $h_1 < h_2$

$$P_{\Gamma} = P_{\Delta} = P_{\text{at}}$$

$$P_{\Gamma} = P_1 + \rho g h_1 \rightarrow P_1 - P_2 = \rho g (h_2 - h_1) \quad (1)$$

$$P_{\Delta} = P_2 + \rho g h_2$$

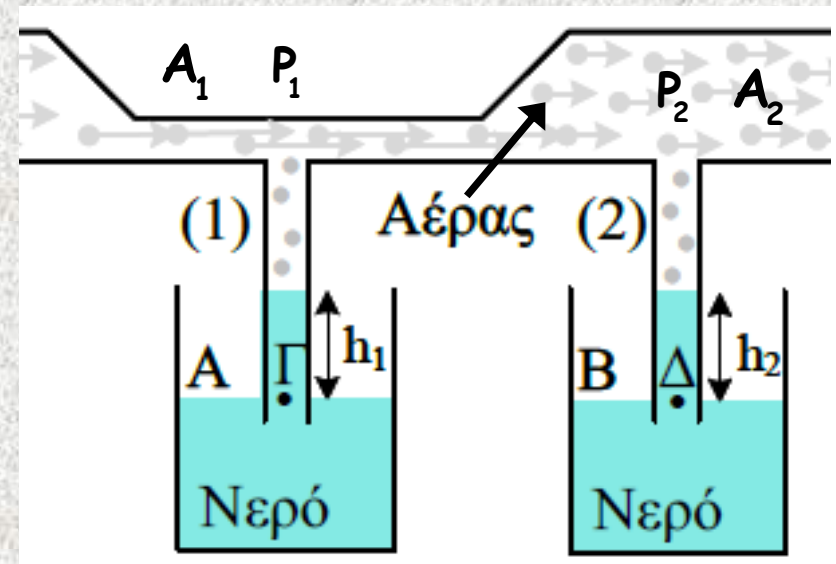
$$\Pi_1 = \Pi_2 \rightarrow A_1 u_1 = A_2 u_2 \rightarrow u_1 > u_2 \quad (2)$$

$$A_1 < A_2$$

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2 \rightarrow P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho u_2^2 - \frac{1}{2} \rho u_1^2 \quad (3)$$

$$(2), (3) \rightarrow P_1 - P_2 < 0 \quad (4)$$

$$(1), (4) \rightarrow h_1 > h_2 \quad \text{β.}$$



Γ. Το ανοιχτό δοχείο του σχήματος περιέχει νερό και λάδι με πυκνότητες $\rho_v=1.000\text{kg/m}^3$ και $\rho_\lambda=800\text{kg/m}^3$ αντίστοιχα. Το στρώμα του λαδιού έχει πάχος $d_1=0,50\text{m}$, ενώ του νερού $d_2=1,4\text{m}$. Στη βάση του πυθμένα και στην πλευρική του επιφάνεια υπάρχει οπή εμβαδού $A_1=2\text{cm}^2$ που είναι κλεισμένη με **τάπα**.

Γ1. Να βρείτε πόση είναι η συνολική πίεση στη διαχωριστική επιφάνεια λαδιού-νερού.

Γ2. Να βρείτε τη δύναμη (μέτρο και κατεύθυνση) που ασκείται από το νερό στην **τάπα**.

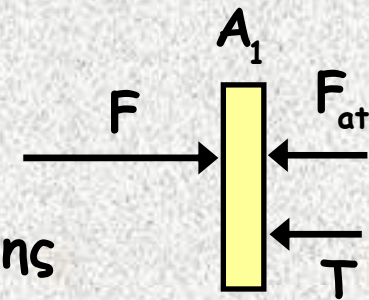
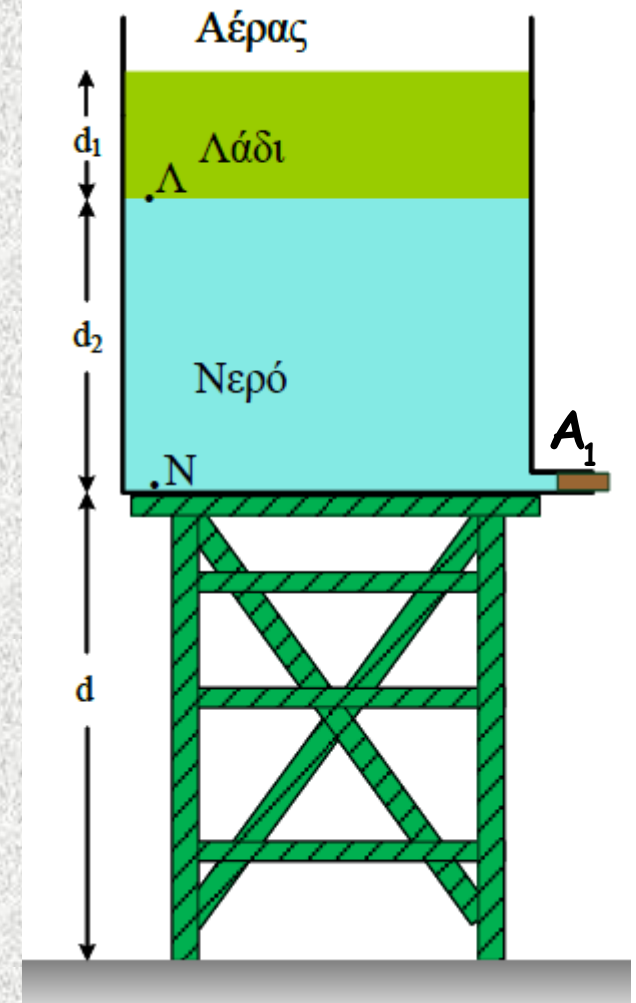
Δίνονται $g=10\text{m/s}^2$ και $P_{\text{at}}=10^5\text{N/m}^2$.

Γ1.
$$P_\lambda = P_{\text{at}} + \rho_\lambda g d_1 = 1,04 \cdot 10^5 \text{N/m}^2$$

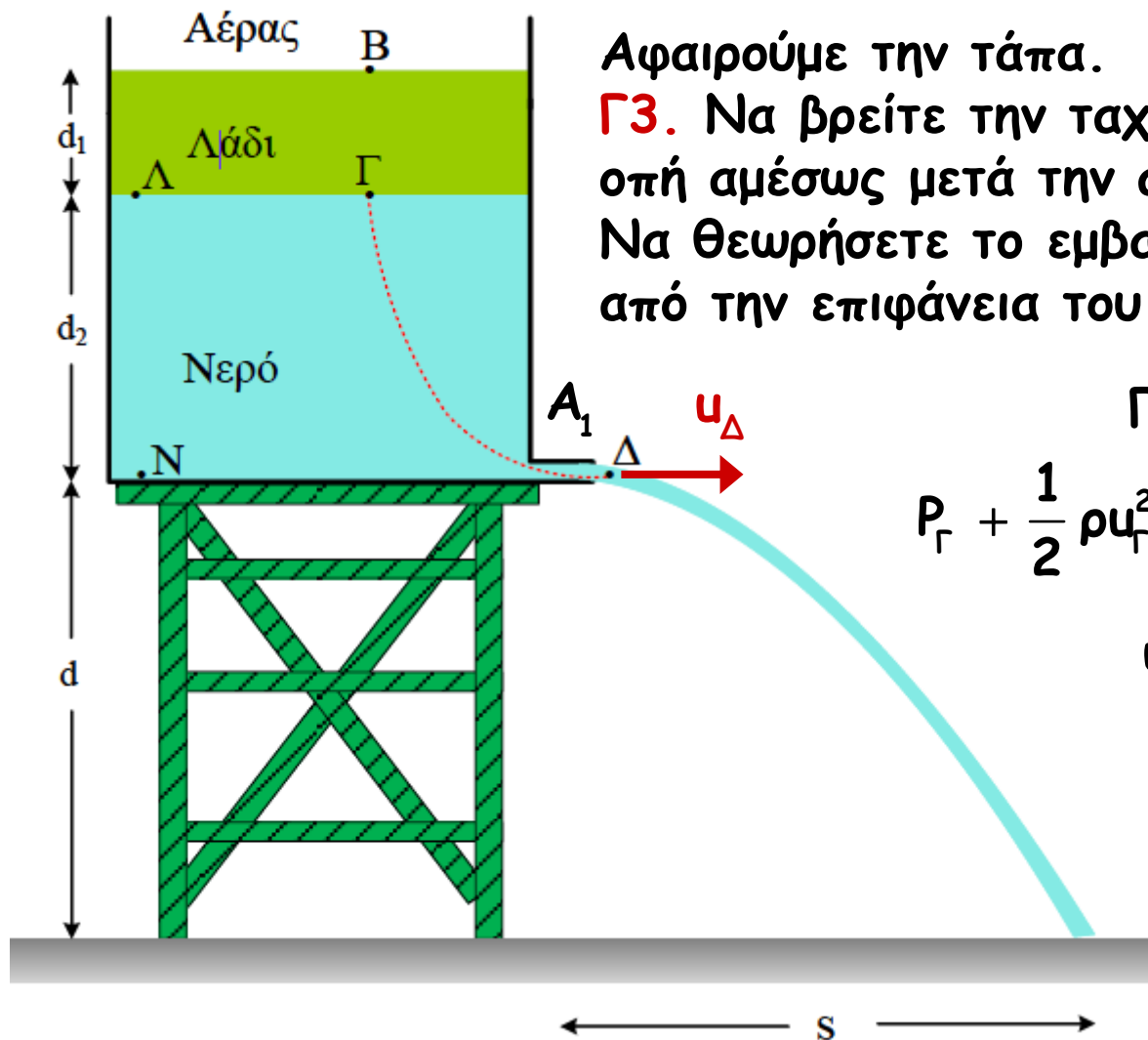
Γ2.
$$P_N = P_\lambda + \rho_v g d_2 = 1,18 \cdot 10^5 \text{N/m}^2$$

$$F = P_N A_1 = 23,6 \text{N}$$

Να βρείτε το μέτρο της στατικής τριβής που ασκείται στην τάπα.



$$F = F_{\text{at}} + T$$



Αφαιρούμε την τάπα.

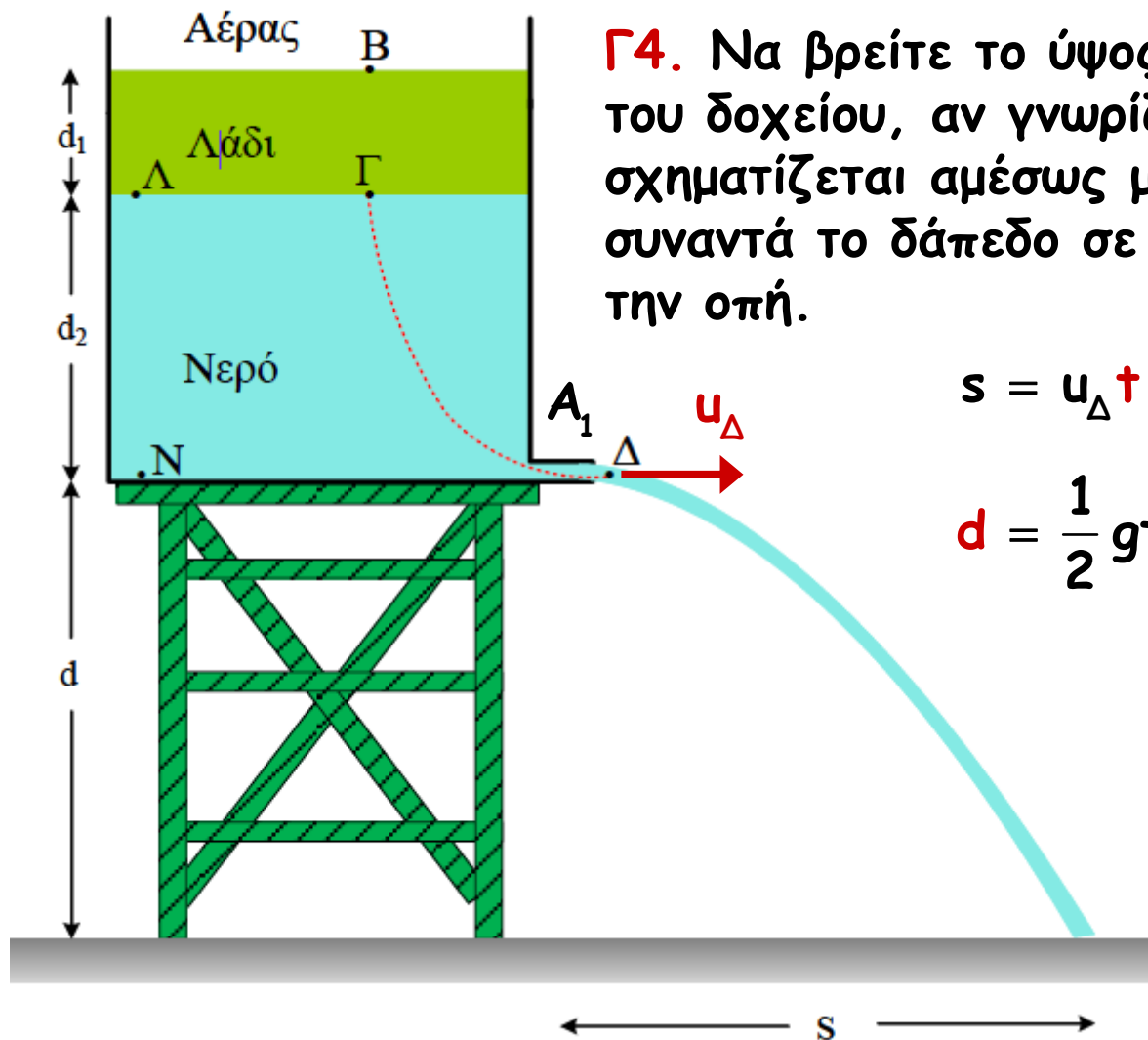
Γ3. Να βρείτε την ταχύτητα εκροής του νερού από την οπή αμέσως μετά την αφαίρεση της τάπας.

Να θεωρήσετε το εμβαδό της οπής πολύ μικρότερο από την επιφάνεια του δοχείου.

$\Gamma \rightarrow \Delta$

$$P_\Gamma + \frac{1}{2} \rho u_\Gamma^2 + \rho_v g d_2 = P_{at} + \frac{1}{2} \rho u_\Delta^2$$

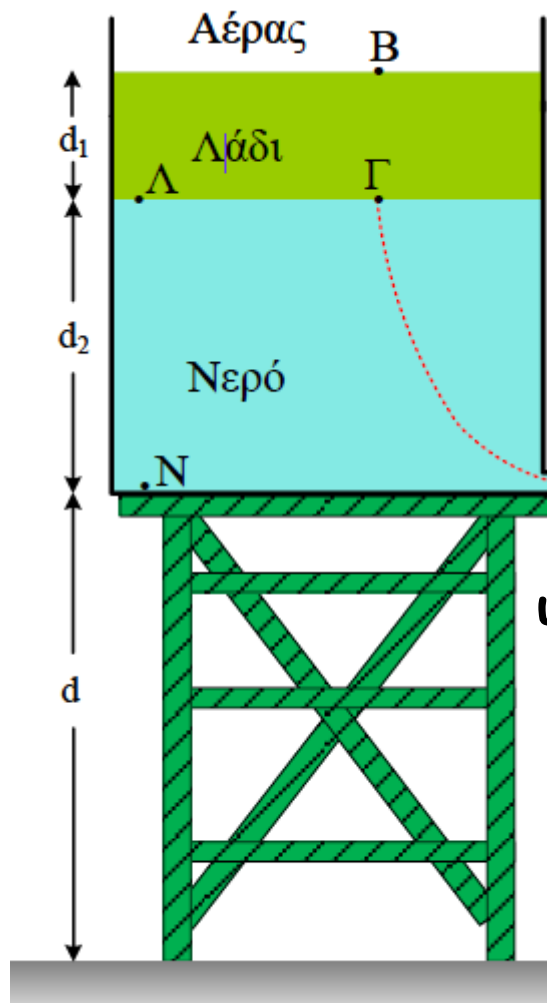
$$u_\Delta = 6 \text{ m/s}$$



Γ4. Να βρείτε το ύψος d στο οποίο βρίσκεται η βάση του δοχείου, αν γνωρίζουμε ότι η φλέβα νερού, που σχηματίζεται αμέσως μετά την αφαίρεση της τάπας, συναντά το δάπεδο σε οριζόντια απόσταση $s=3\text{m}$ από την οπή.

$$s = u_\Delta t \rightarrow t = 0,5\text{s}$$

$$d = \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow d = 1,25\text{m}$$

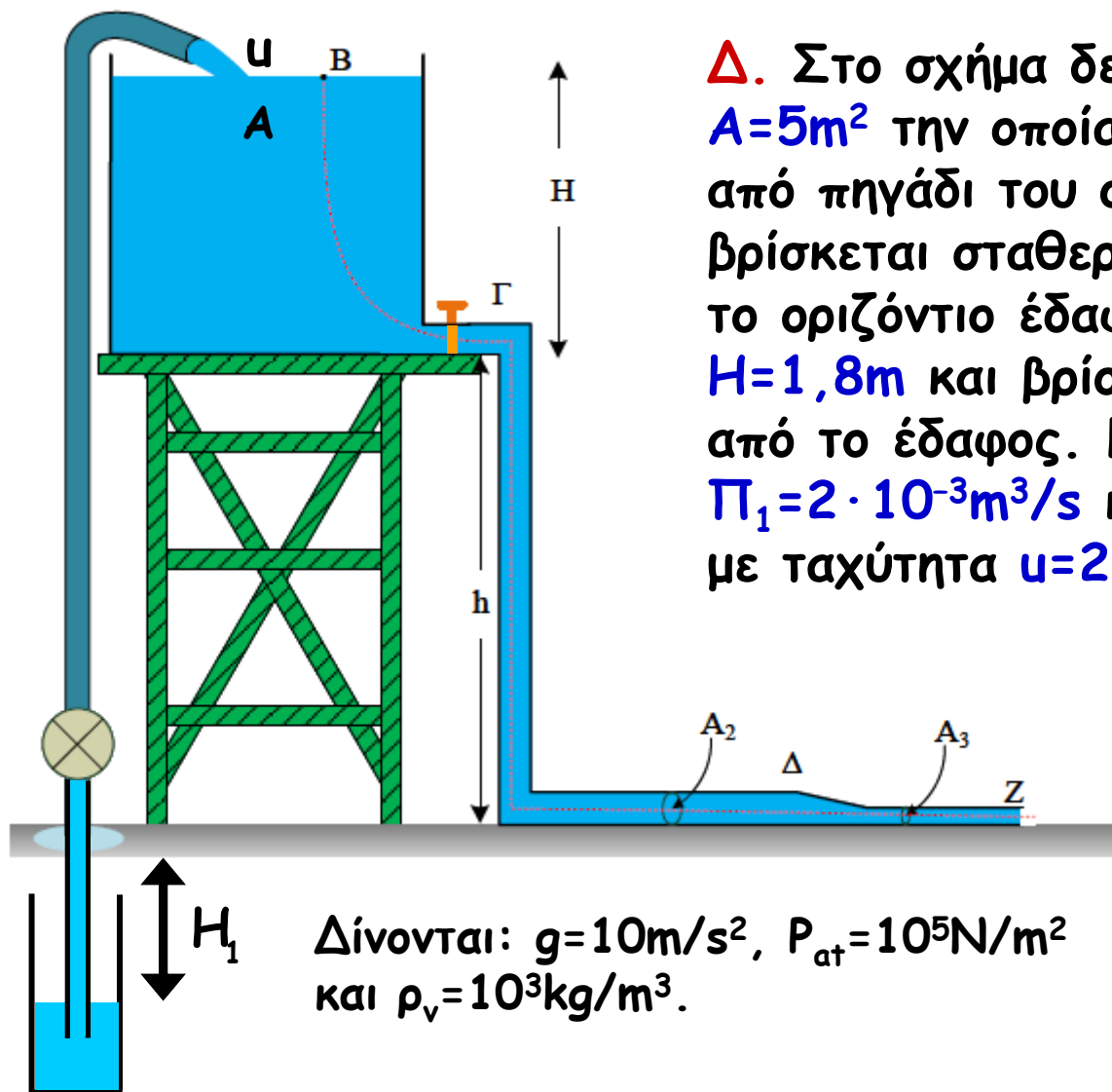


Γ5. Να βρείτε τη διατομή A_2 της φλέβας τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.

$$u_E = \sqrt{u_{\Delta}^2 + (gt)^2} = \sqrt{61} \approx 7,81 \text{ m/s}$$

$$\Pi_{\Delta} = \Pi_E \rightarrow A_1 u_{\Delta} = A_2 u_E$$

$$A_2 = \frac{A_1 u_{\Delta}}{u_E} \rightarrow A_2 = 1,53 \text{ cm}^2$$

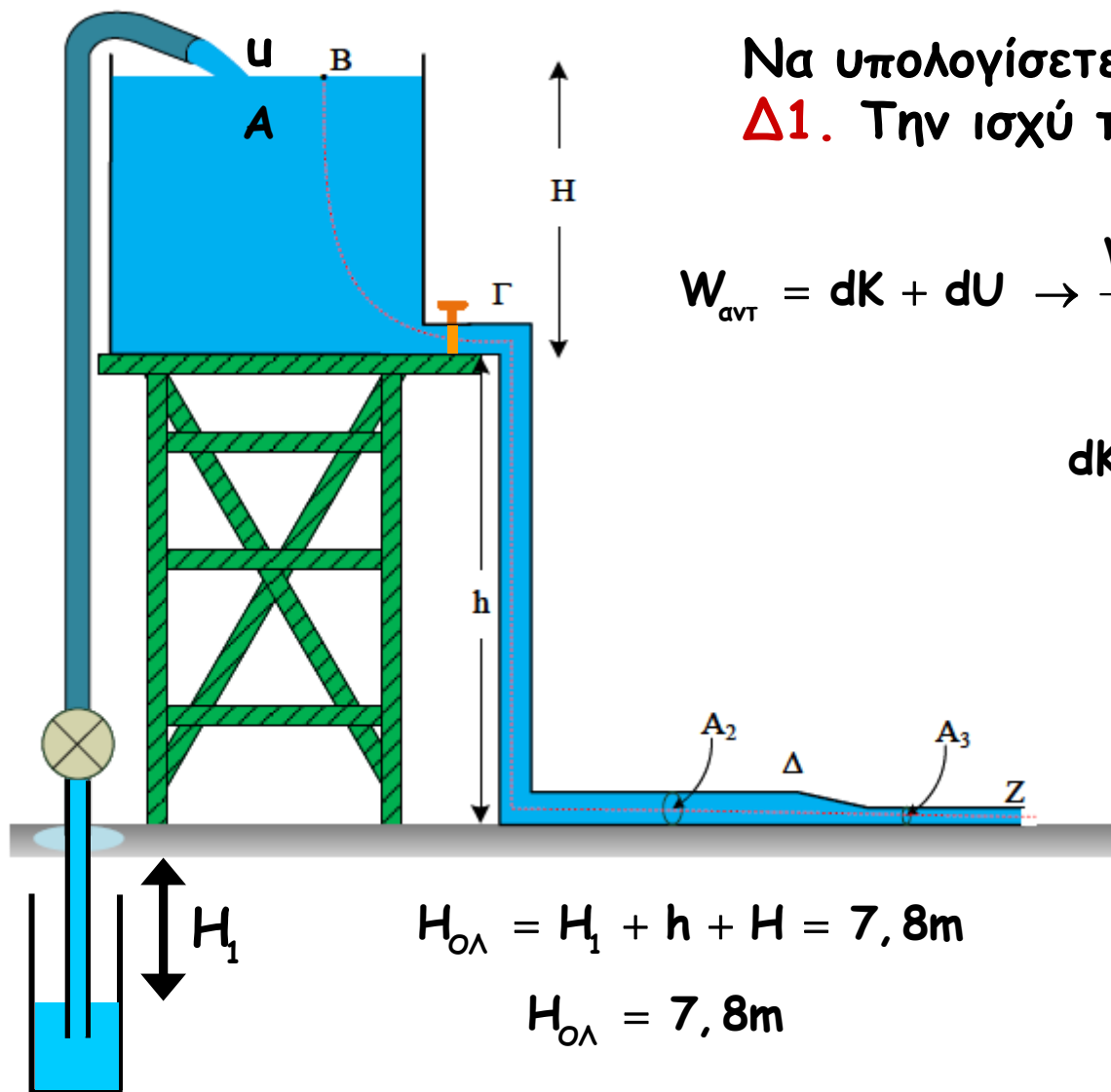


Δ. Στο σχήμα δείχνεται μία δεξαμενή διατομής $A=5\text{m}^2$ την οποία γεμίζουμε με νερό μέσω αντλίας από πηγάδι του οποίου η επιφάνεια του νερού βρίσκεται σταθερά σε βάθος $H_1=2,8\text{m}$ κάτω από το οριζόντιο έδαφος. Η δεξαμενή έχει ύψος $H=1,8\text{m}$ και βρίσκεται σε βάση ύψους $h=3,2\text{m}$ από το έδαφος. Η παροχή της αντλίας είναι $\Pi_1=2 \cdot 10^{-3}\text{m}^3/\text{s}$ και το νερό εκρέει στη δεξαμενή με ταχύτητα $u=2\text{m/s}$.

Η αντλία με κατάλληλο μηχανισμό έναρξης - διακοπής κρατά διαρκώς γεμάτη τη δεξαμενή.

Δίνονται: $g=10\text{m/s}^2$, $P_{\text{at}}=10^5\text{N/m}^2$
και $\rho_v=10^3\text{kg/m}^3$.

Στο σημείο Γ , υπάρχει οπή με διατομή $A_2=4\text{cm}^2$, που συνδέεται με λάστιχο ίδιας διαμέτρου και μετά το σημείο Δ καταλήγει σε στενότερο σωλήνα διατομής $A_3=2\text{cm}^2$ ο οποίος στο σημείο Z συναντά την ατμόσφαιρα. Στο σημείο Γ υπάρχει διακόπτης που αρχικά είναι **κλειστός**.



Να υπολογίσετε:
Δ1. Την ισχύ της αντλίας.

$$W_{\text{αντ}} = dK + dU \rightarrow \frac{W_{\text{αντ}}}{dt} = \frac{dK}{dt} + \frac{dU}{dt} \rightarrow P_{\text{αντ}} = \frac{dK}{dt} + \frac{dU}{dt}$$

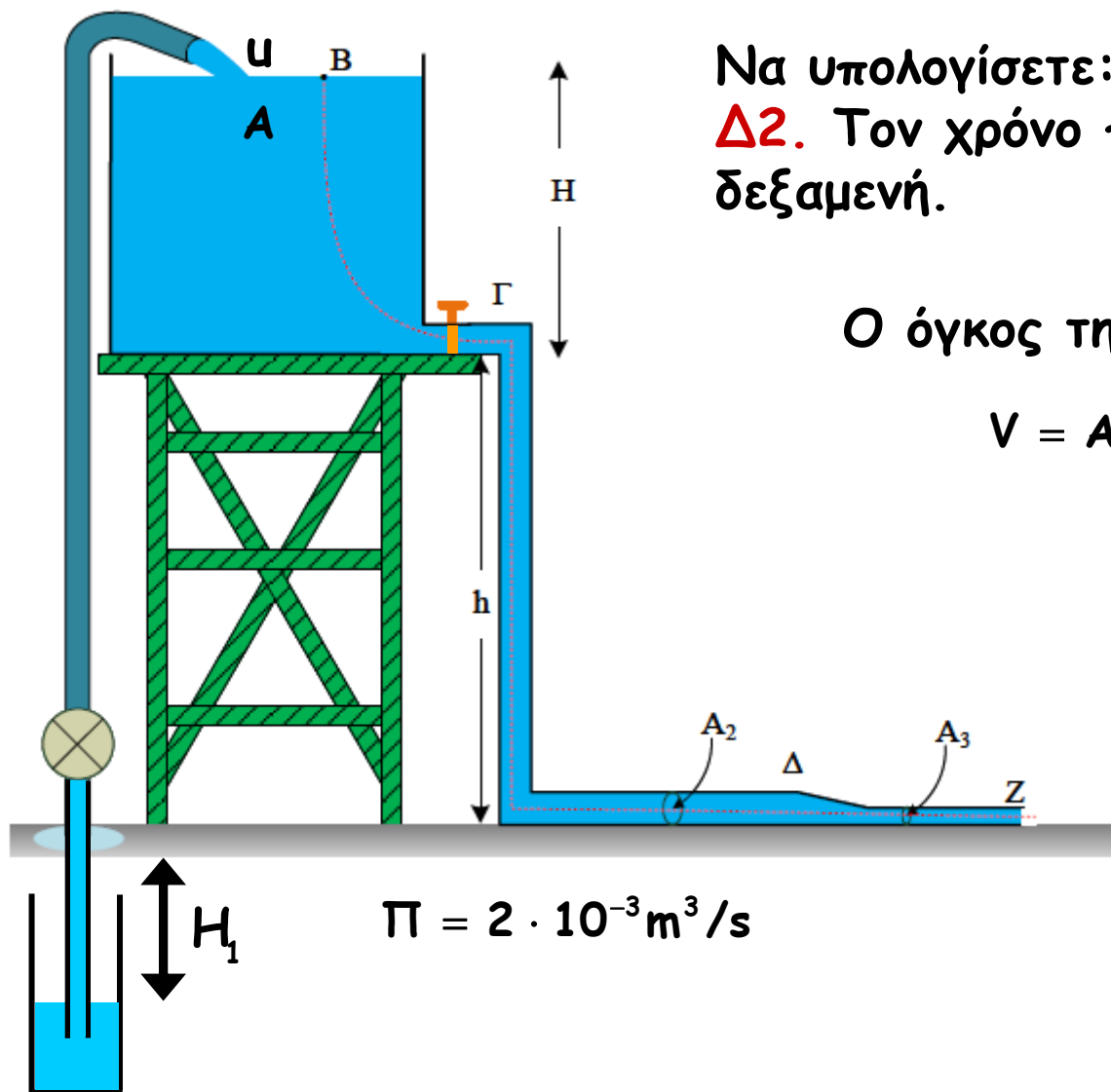
$$dK = \frac{1}{2} dm u^2 \quad dU = dm g \cdot H_{O\Lambda}$$

$$P_{\text{αντ}} = \frac{1}{2} \frac{dm}{dt} u^2 + \frac{dm}{dt} g \cdot H_{O\Lambda}$$

$$P_{\text{αντ}} = \frac{1}{2} \frac{\rho dV}{dt} u^2 + \frac{\rho dV}{dt} g \cdot H_{O\Lambda}$$

$$P_{\text{αντ}} = \frac{1}{2} \rho u^2 \cdot \Pi + \rho g H_{O\Lambda} \cdot \Pi$$

$$P_{\text{αντ}} = 160\text{W}$$



Να υπολογίσετε:

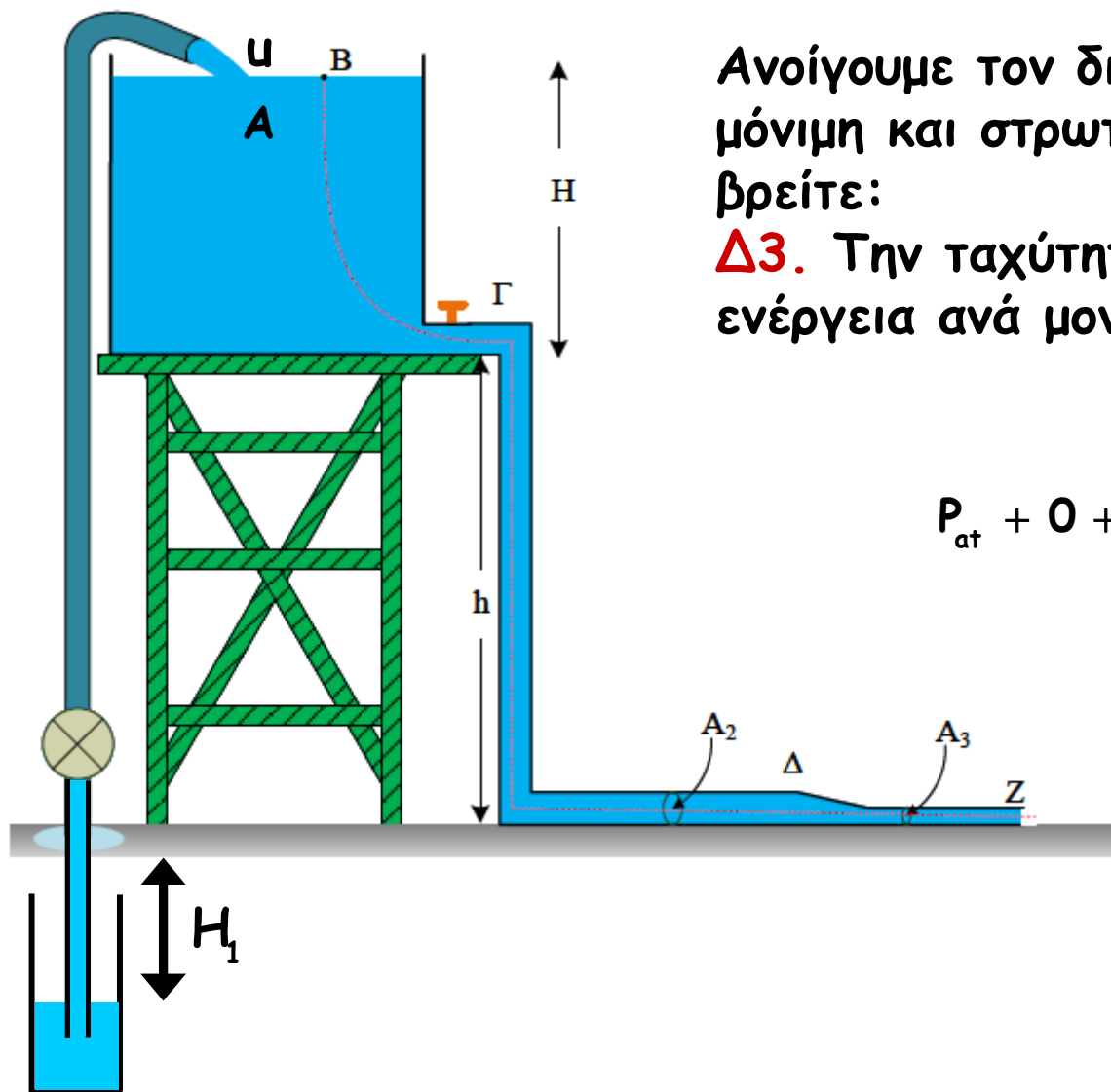
$\Delta 2$. Τον χρόνο που χρειάζεται για να γεμίσει η δεξαμενή.

Ο όγκος της δεξαμενής είναι:

$$V = A \cdot H = 9 \text{ m}^3$$

$$\Pi = \frac{V}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = 4500 \text{ s}$$

$$\Delta t = 1 \text{ h και } 15 \text{ min}$$



Ανοίγουμε τον διακόπτη και μετά από λίγο έχουμε μόνιμη και στρωτή ροή μέσα στον σωλήνα. Να βρείτε:

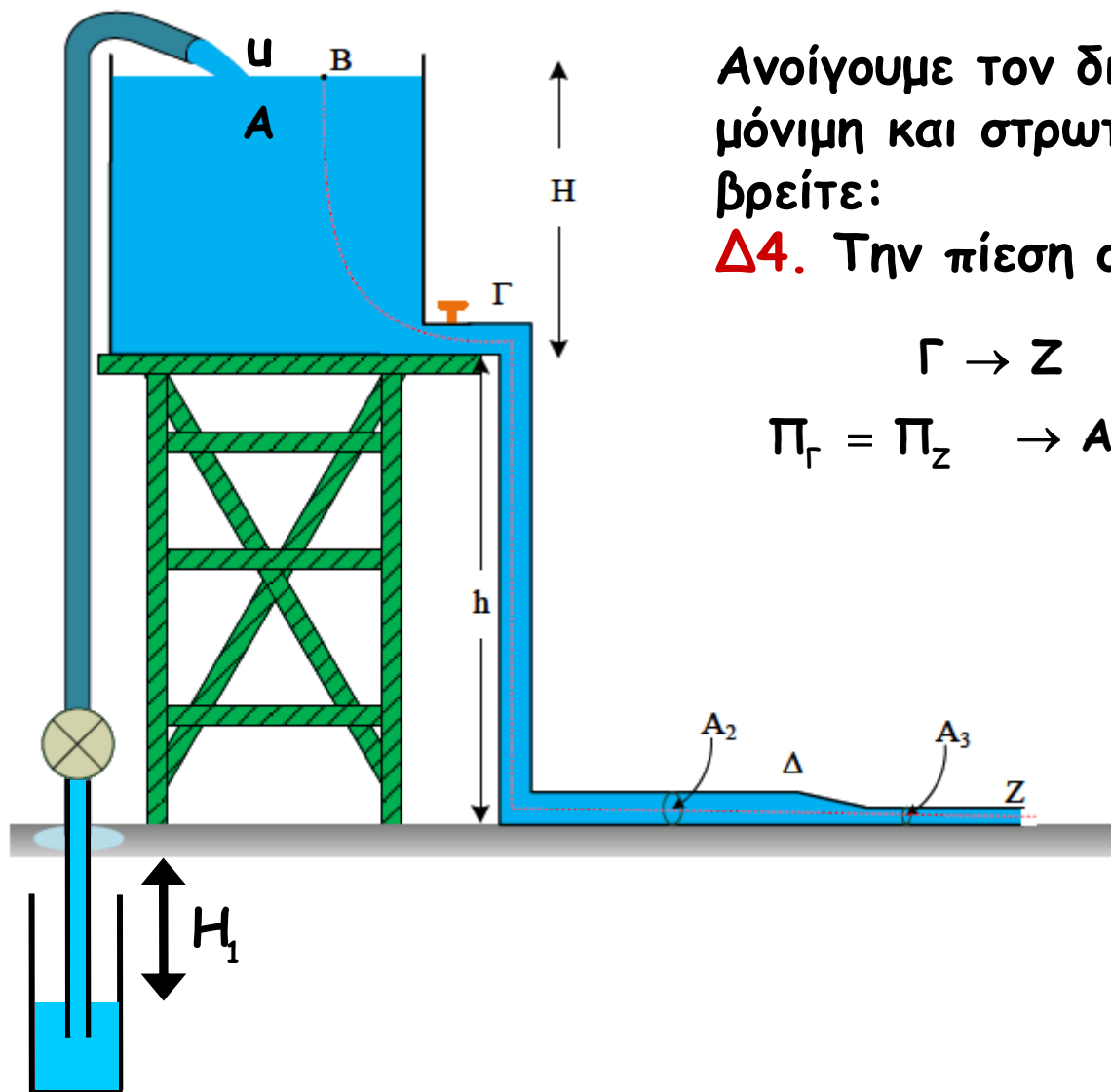
Δ3. Την ταχύτητα του νερού και την κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου στο σημείο Z .

$$B \rightarrow Z$$

$$P_{at} + 0 + \rho g(H + h) = P_{at} + \frac{1}{2} \rho u_Z^2 + 0$$

$$u_Z = 10 \text{ m/s}$$

$$\left(\frac{dK}{dV} \right)_Z = \frac{1}{2} \rho u_Z^2 = 5 \cdot 10^4 \text{ J/m}^3$$



Ανοίγουμε τον διακόπτη και μετά από λίγο έχουμε μόνιμη και στρωτή ροή μέσα στον σωλήνα. Να βρείτε:

Δ4. Την πίεση στο σημείο Γ .

$$\Gamma \rightarrow Z$$

$$\Pi_{\Gamma} = \Pi_Z \rightarrow A_2 u_{\Gamma} = A_3 u_Z \rightarrow u_{\Gamma} = 5 \text{ m/s}$$

$$B \rightarrow \Gamma$$

$$P_{at} + 0 + \rho g(H + h) = P_{\Gamma} + \frac{1}{2} \rho u_{\Gamma}^2 + \rho g h$$

$$P_{\Gamma} = 1,055 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$