

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΜΕ ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ ΛΥΣΕΩΝ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1

Βλήμα μάζας $m_1 = 100g$ κινείται με ταχύτητα $v = 160 \frac{m}{s}$ και σφηνώνεται σε ξύλινο κιβώτιο μάζας $m_2 = 1,9kg$, που βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το βλήμα σφηνώνεται στο κιβώτιο σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 0,02s$

Να βρεθούν:

Δ1). Η τιμή της τελικής ορμής του συσσωματώματος που προκύπτει.

Δ2). Η μείωση της κινητικής ενέργειας του βλήματος κατά τη διάρκεια της κρούσης

Δ3). Ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται η ορμή του κιβωτίου κατά τη διάρκεια της ενσφήνωσης του βλήματος στο κιβώτιο εάν θεωρηθεί ότι είναι σταθερός σε όλη τη διάρκεια της ενσφήνωσης.

Λίγο μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εισέρχεται σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο και αφού κινηθεί για κάποιο χρονικό διάστημα πάνω στο μη λείο οριζόντιο επίπεδο, σταματά.

Δ4). Σε πόσο χρόνο από τη στιγμή της εισόδου στο μη λείο δάπεδο θα σταματήσει το συσσωμάτωμα και πόσο διάστημα διανύσει;

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$ και ο συντελεστής της τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και μη λείου επιπέδου $\mu = 0,2$.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

$$\Delta 1). P = (m_1 + m_2) V_K = m_1 v = 16kg \frac{m}{s}$$

$$\Delta 2). V_K = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = 8 \frac{m}{s}, K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = 1280J, K_1' = \frac{1}{2} m_1 V_K^2 = 3,2J$$
$$|\Delta K| = K_1 - K_1' = 1276,8J$$

$$\Delta 3). \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m_1 V_K - m_1 v}{\Delta t} = \frac{0,8 - 16}{0,02} \frac{kg \frac{m}{s}}{s} = -760kg \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta 4). \alpha = \mu g = 2 \frac{m}{s^2}, t = \frac{V_K}{\alpha} = \frac{8 \frac{m}{s}}{2 \frac{m}{s^2}} = 4s, s = \frac{V_K^2}{2\alpha} = 16m$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2

Σώμα μάζας m_1 κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 10 \frac{m}{s}$ κεντρικά και με ακίνητο σώμα μάζας m_2 . Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.

Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας m_1 κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου $v_1' = 5 \frac{m}{s}$

ενώ το σώμα μάζας m_2 αποκτά ταχύτητα μέτρου $v_2' = 5 \frac{m}{s}$

Δ1). Να προσδιορίσετε το λόγο των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$.

Δ2). Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας m_2 λόγω της κρούσης.

Δ3). Αν $m_1 = 0,5 kg$ να βρεθεί ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται η ορμή του σώματος αυτού κατά τη διάρκεια της ολίσθησης του πάνω στο δάπεδο, μετά την κρούση, εάν θεωρηθεί ότι είναι σταθερός σε όλη τη διάρκεια της ολίσθησης.

Δ4). Να υπολογισθεί πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν.

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι $\mu=0,1$.

Δίνεται $g = 10 \frac{m}{s^2}$

Απαντήσεις

$$\Delta 1). \quad m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \rightarrow 10 m_1 = -5 m_1 + 5 m_2 \rightarrow 3 m_1 = m_2 \rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$$

$$\Delta 2). \quad \Pi \% = \frac{K_2'}{K_1} 100\% = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2'^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} 100\% = \frac{m_2}{m_1} \frac{5^2}{10^2} 100\% = \frac{3}{1} \frac{25}{100} 100\% = 75\%$$

$$\Delta 3). \quad \frac{\Delta p}{\Delta t} = -T = -\mu m_1 g = -0,1 \cdot 0,5 \cdot 10 \frac{kg \cdot m}{s^2} = -0,5 \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

$$\Delta 4). \quad a_1 = a_2 = \mu g = 1 \frac{m}{s^2}, \quad S_1 = \frac{v_1'^2}{2a_1} = 12,5 m, \quad S_2 = \frac{v_2'^2}{2a_2} = 12,5 m \quad d = S_1 + S_2 = 25 m$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3

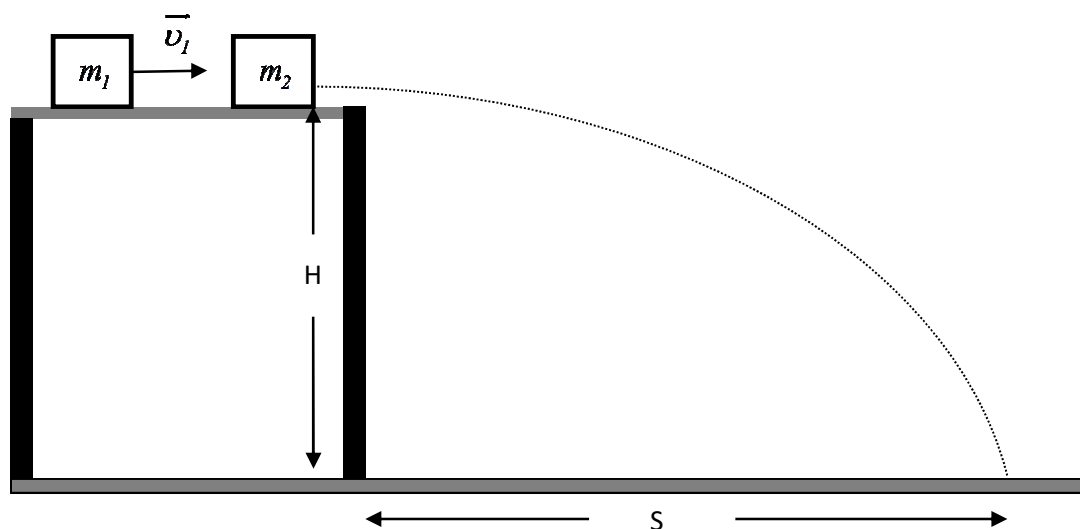
Σώμα μάζας $m_1 = 4 \text{ kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο που βρίσκεται σε ύψος H πάνω από το έδαφος. Το σώμα συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 6 \text{ kg}$ έχοντας κατά τη στιγμή της σύγκρουσης οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_1 = 2,5 \frac{m}{s}$. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει το οριζόντιο δάπεδο και προσκρούει στο έδαφος σε οριζόντια απόσταση $S = 0,4m$ από το σημείο που το εγκατέλειψε. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

Δ1). Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος

Δ2). Να βρεθεί το ύψος H .

Δ3). Να βρεθεί ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται η ορμή του συσσωματώματος κατά τη διάρκεια της πτώσης του.

Δ3). Να βρεθεί η ταχύτητα που έπρεπε να έχει το σώμα m_1 ώστε το συσσωμάτωμα να φτάσει στο έδαφος, έχοντας ταχύτητα μέτρου $v = 5 \frac{m}{s}$



Απαντήσεις

$$\Delta 1). \quad V_K = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = 1 \frac{m}{s}, \quad K = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V_K^2 = 5 J$$

$$\Delta 2). \quad S = V_K t \rightarrow t = 0,4 s \quad H = \frac{1}{2} g t^2 = 0,8 m$$

$$\Delta 3). \frac{\Delta p}{\Delta t} = \Sigma F = W = (m_1 + m_2)g = 100 \frac{kg \frac{m}{s}}{s}$$

$$v_y = \sqrt{2gH} = 4 \frac{m}{s}, v^2 = v_x^2 + v_y^2 \rightarrow v_x = 3 \frac{m}{s},$$

$$\Delta 4). v_x = V_K = \frac{m_1 v_1'}{m_1 + m_2} \rightarrow v_1' = 7,5 \frac{m}{s}$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4

Ένας σκοπευτής έχει τη κάνη του όπλου του οριζόντια και σημάδευε στο κέντρο ενός μεγάλου στόχου που βρίσκεται σε απόσταση $S = 200m$ από την έξοδο της κάνης. Η σφαίρα κτυπά το στόχο σε απόσταση $y = 1,25 m$ πιο κάτω από το κέντρο του. Η μάζα του όπλου είναι $M = 4kg$ και η μάζα της σφαίρας $m = 0,05kg$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή $g = 10 \frac{m}{s^2}$. Να υπολογιστούν:

Δ1). το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας τη στιγμή που φεύγει από τη κάνη του όπλου.

Δ2). η ενέργεια που εκλύεται κατά την εκपुरσοκρότηση αν θεωρήσετε ότι όλη η εκλυόμενη ενέργεια εμφανίζεται με τη μορφή κινητικής του όπλου και του βλήματος.

Δ3). η μέση τιμή της δύναμης, που επιταχύνει τη σφαίρα, όσο αυτή βρίσκεται μάζα στην κάνη του όπλου, αν το χρονικό διάστημα μεταξύ της εκपुरσοκρότησης και της εξόδου της από τη κάνη είναι $\Delta t = 0,04 s$.

Δ4). η μεταβολή της ορμής της σφαίρας από τη στιγμή που εγκαταλείπει την κάνη μέχρι τη στιγμή που κτυπά το στόχο.

Ενδεικτική λύση

$$\Delta 1) \quad y = \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2,5}{10}} = 0,5s$$

$$v_0 = \frac{S}{t} = \frac{200m}{0,5s} = 400 \frac{m}{s}$$

$$\Delta 2). \quad P_{O\Lambda} = 0 \rightarrow MV + mv_0 = 0 \rightarrow V = -\frac{mv_0}{M} = -\frac{20}{4} = -5 \frac{m}{s}$$

$$K_{O\Lambda} = K_M + K_m = \frac{1}{2} MV^2 + \frac{1}{2} mv_0^2 = 50 + 4000 = 4050J$$

$$\Delta 3). \quad \overline{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{mv_0}{\Delta t} = \frac{0,05 \cdot 400}{0,04} = 500 N$$

$$\overrightarrow{\Delta P} = \overrightarrow{\Delta P_x} + \overrightarrow{\Delta P_y}$$

$$\Delta 4). \Delta P = \Delta P_y = m v_y = m g t = 0,05 \cdot 10 \cdot 0,5 = 0,25 \text{ kg } \frac{m}{s}$$

με διεύθυνση κατακόρυφη