ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ΄ ΤΑΞΗΣ
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 25 ΜΑΙΟΥ 2007
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1º

1.1 – α
1.2 – γ
1.3 – γ
1.4 – δ
1.5 α – Λ
β – Σ
γ – Σ
δ – Λ
ε – Λ

ΘΕΜΑ 2º

2.1. Σωστό το α.

Κατά την ελαστική κεντρική κρούση κινούμενης σφαίρας μάζας m_1 σε ακίνητη μάζας m_2, μετά την κρούση η m_1 έχει ταχύτητα που υπολογίζεται από τον τύπο

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \quad (1)$$

Για την m_1 δόθηκε ότι μετά την κρούση επιστρέφει πίσω με ταχύτητα μέτρου ίσου με το 1/5 της αρχικής της τιμής. Δηλαδή δόθηκε ότι

$$\upsilon_1' = -\frac{1}{5}\upsilon_1 \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:

$$\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = -\frac{1}{5}\upsilon_1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5(m_1 - m_2) = -(m_1 + m_2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5m_1 - 5m_2 = -m_1 - m_2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6m_1 = 4m_2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{\frac{m_2}{m_1} = \frac{3}{2}}.$$

2.2. Σωστό το β.

Από την θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής έχουμε:

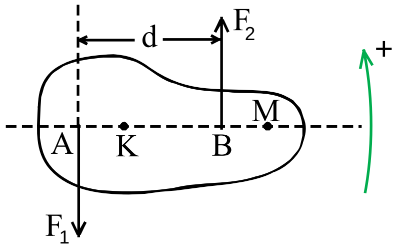
$$\upsilon = \lambda f \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 20 = \lambda \cdot 4 \Leftrightarrow Έ$$
$$\Leftrightarrow \lambda = 5\,\text{cm}.$$

Έτσι το πλάτος ταλάντωσης του συγκεκριμένου σημείου είναι:

$$A' = 2A\sigma\upsilon\nu\left|\frac{\pi(r_1 - r_2)}{\lambda}\right| \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow A' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\,\frac{\pi(17-12)}{5}\right| \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow A' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\pi\right| \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \mathbf{A' = 2A}.$$

2.3. Σωστό το γ.

Η συνολική ροπή ως προς το σημείο Κ είναι:



$$\Sigma\tau_{(K)} = F_1(AK) + F_2(BK) \overset{F_1=F_2}{\Leftrightarrow}$$
$$\overset{F_1=F_2}{\Leftrightarrow} \Sigma\tau_{(K)} = F_1(AK) + F_1(BK) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \Sigma\tau_{(K)} = F_1[(AK) + (BK)] \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \Sigma\tau_{(K)} = F_1 \cdot d.$$

Η συνολική ροπή ως προς το σημείο Μ είναι:

$$\Sigma\tau_{(M)} = F_1(AM) - F_2(BM) \overset{F_1=F_2}{\Leftrightarrow}$$
$$\overset{F_1=F_2}{\Leftrightarrow} \Sigma\tau_{(M)} = F_1(AM) - F_1(BM) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \Sigma\tau_{(K)} = F_1[(AM) - (BM)] \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \Sigma\tau_{(K)} = F_1 \cdot d.$$

Έτσι η συνολική ροπή του ζεύγους δυνάμεων είναι πάντα ίδια, ανεξάρτητη από το σημείο ως προς το οποίο υπολογίζεται.

ΘΕΜΑ 3ο

Α. Η δυναμική ενέργεια του ταλαντωτή μηδενίζεται στη θέση ισορροπίας του και αυτό συμβαίνει κάθε 0,5 s. Όμως ο χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών περασμάτων από την θέση ισορροπίας είναι Τ/2. Άρα

$$\frac{T}{2} = 0{,}5 \Leftrightarrow \mathbf{T = 1\,s}.$$

Από την περίοδο υπολογίζουμε την κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \omega = \frac{2\pi}{1} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \omega = 2\pi \text{ rad/s}.$$
Από την μέγιστη ταχύτητα το πλάτος της αρχικής ταλάντωσης είναι:
$$\upsilon_{max} = \omega A \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 0{,}4\pi = 2\pi \cdot A \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \mathbf{A = 0{,}2\ m/s}.$$

Β. Το σύστημα ελατήριο - μάζα m_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με $D = k$ και κυκλική συχνότητα $\omega' = 2{,}5\pi$ rad/s. Έτσι έχουμε:
$$D = k = m_1\omega^2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow k = 1{,}44 \cdot (2{,}5\pi)^2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow k = 1{,}44 \cdot 6{,}25\pi^2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \mathbf{k = 9\pi^2\ N/m}.$$

Γ. Επειδή το ελατήριο είναι οριζόντιο, η μείωση της μάζας του ταλαντωτή εξ αιτίας του πετάγματος του πουλιού δεν επηρεάζει την θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.
Το πέταγμα του πουλιού γίνεται στην ακραία θέση της ταλάντωσης όπου η ταχύτητα είναι $\upsilon = 0$ και μάλιστα κατακόρυφα (άξονας y΄y). Δηλαδή στον οριζόντιο άξονα x΄x που γίνεται η ταλάντωση το πουλί μάζας m_2 δεν έχει ορμή. Έτσι από το θεώρημα διατήρησης της ορμής του συστήματος κατά μήκος του άξονα x΄x και κατά το πέταγμα του πουλιού (διάσπαση συστήματος) έχουμε:
$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu(x)} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}(x)} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (m_1 + m_2) \cdot 0 = m_1 V + 0$$
$$\Leftrightarrow V = 0.$$
Έτσι αμέσως μετά το πέταγμα του πουλιού η μάζα m_2 στιγμιαία έχει μηδενική ταχύτητα. Αυτό σημαίνει ότι η ακραία θέση της νέας ταλάντωσης της m_2 ταυτίζεται με την ακραία θέση της πρώτης ταλάντωσης. Έτσι και το πλάτος της νέας ταλάντωσης είναι ίδιο με της αρχικής. Δηλαδή είναι
$A' = A = 0{,}2$ m.
Η μέγιστη ταχύτητα της νέας ταλάντωσης είναι:
$$\upsilon'_{max} = \omega' \cdot A' \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \upsilon'_{max} = 2{,}5\pi \cdot 0{,}2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \upsilon'_{max} = 0{,}5\pi \text{ m/s}.$$

Δ. Για την αρχική ταλάντωση έχουμε:
$$D = k = (m_1 + m_2)\omega^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 9\pi^2 = (1{,}44 + m_2)(2\pi)^2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 9\pi^2 = 4\pi^2(1{,}44 + m_2) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 1{,}44 + m_2 = 2{,}25 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \mathbf{m_2 = 0{,}81\,Kg}.$$

ΘΕΜΑ 4º

Α. Από τις εξισώσεις της μεταφορικής κίνησης του γιογιό έχουμε:

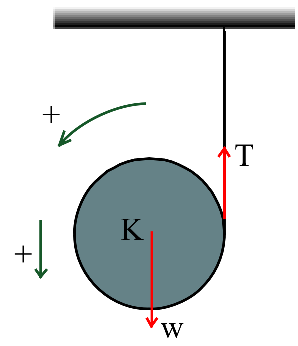
Μετατόπιση: $h = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 \Leftrightarrow \frac{5}{3} = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 \Leftrightarrow \alpha_{cm}t^2 = \frac{10}{3}$ (1)

Ταχύτητα: $\upsilon = \alpha_{cm}t \Leftrightarrow \alpha_{cm}t = 5$ (2)

Με διαίρεση κατά μέλη των (1) και (2) έχουμε $t = \frac{2}{3}\,s$, οπότε η (2) δίνει:

$$\alpha_{cm}\frac{2}{3} = 5 \Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha_{cm} = 7{,}5\,m/s^2}.$$

Β. Επειδή το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύουν οι σχέσεις:



$\upsilon_{cm} = \upsilon_{\gamma\rho} = \omega R$ (3)

$\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\rho} = \alpha_{\gamma\omega\nu}R$ (4)

Για $\alpha_{cm} = 7{,}5\ m/s^2$ η σχέση (4) δίνει:

$$7{,}5 = \alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot 0{,}1 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha_{\gamma\omega\nu} = 75\,rad/s^2}.$$

Με εφαρμογή του θεμελιώδους νόμου για την μεταφορική κίνηση του γιογιό έχουμε:

$$\Sigma F = M\alpha_{cm} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow w - T = M\alpha_{cm} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow Mg - T = M\alpha_{cm} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow T = M(g - \alpha_{cm}) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow T = 6(10 - 7{,}5) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \mathbf{T = 15\,N}.$$

Γ. Με εφαρμογή του θεμελιώδους νόμου για την στροφική κίνηση του γιογιό έχουμε:

$$\Sigma\tau_{(K)} = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow T\cdot R = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 15\cdot 0{,}1 = I\cdot 75 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow I = 0{,}02\,Kgm^2 = 2\cdot 10^{-2}\,Kgm^2.$$

Έτσι ο λόγος της στροφικής κινητικής ενέργειας προς την μεταφορική κινητική ενέργεια είναι:

$$\frac{K_{στροφ}}{K_{μετ}} = \frac{\frac{1}{2}I\omega^2}{\frac{1}{2}M\upsilon_{cm}^2} \overset{(3)}{\Leftrightarrow}$$

$$\overset{(3)}{\Leftrightarrow} \frac{K_{στροφ}}{K_{μετ}} = \frac{I\omega^2}{M\omega^2R^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{K_{στροφ}}{K_{μετ}} = \frac{I}{MR^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{K_{στροφ}}{K_{μετ}} = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{6 \cdot (10^{-1})^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{\frac{K_{στροφ}}{K_{μετ}} = \frac{1}{3}}.$$

Δ. Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής ω του γιογιό μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση:

$$\omega = \alpha_{γων}t \Leftrightarrow \omega = 75t\ (\text{S.I.}) \quad (5)$$

Έτσι η σχέση που περιγράφει πώς μεταβάλλεται η στροφική κινητική ενέργεια του γιογιό σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:

$$K_{στροφ} = \frac{1}{2}I\omega^2 \overset{(5)}{\Leftrightarrow}$$

$$\overset{(5)}{\Leftrightarrow} K_{στροφ} = \frac{1}{2}2 \cdot 10^{-2}(75t)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{K_{στροφ} = 56{,}25t^2\ (\text{S.I.})}$$