

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
Δ' ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ 2016  
ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ  
(ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

A1 – δ

A2 – β

A3 – γ

A4 – δ

A5 α – Σ, β – Σ, γ – Λ, δ – Λ, ε – Σ.

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.α. Σωστό το ii.**

β. Οι ταλαντώσεις έχουν την ίδια κυκλική συχνότητα  $\omega$ , άρα και την ίδια σταθερή επαναφοράς  $D = m \cdot \omega^2$ .

Επειδή η διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων είναι  $\Delta\phi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ , για το πλάτος  $A'$  της συνισταμένης ταλάντωσης έχουμε:

$$A' = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cancel{\sin \frac{\pi}{2}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A'^2 = A_1^2 + A_2^2 \quad (1)$$

$$\text{Ενέργεια 1}^{\text{ης}} \text{ ταλάντωσης: } E_1 = \frac{1}{2} D A_1^2 \quad (2)$$

$$\text{Ενέργεια 2}^{\text{ης}} \text{ ταλάντωσης: } E_2 = \frac{1}{2} D A_2^2 \quad (3)$$

$$\text{Ενέργεια συνισταμένης ταλάντωσης: } E = \frac{1}{2} D A'^2 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} E = \frac{1}{2} D (A_1^2 + A_2^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} D A_1^2 + \frac{1}{2} D A_2^2 \stackrel{(2)}{\Rightarrow} \stackrel{(3)}{E} = E_1 + E_2.$$

**B2.α. Σωστό το ii.**

β. Επειδή η αρχή του άξονα  $O(x = 0)$  έχει εξίσωση  $y = A \eta \mu \omega t$  και το κύμα διαδίδεται προς τη θετική φορά του  $Ox$  η φάση του κύματος περιγράφεται από τη σχέση:

$$\phi = \frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{\lambda} x \quad (1)$$

Από το διάγραμμα της φάσης των σημείων του ελαστικού μέσου σε συνάρτηση με την απόσταση  $x$  που δόθηκε για τη χρονική στιγμή  $t = 2$  s, έχουμε :

$$\text{Για } x = 0 \text{ είναι } \varphi = 10\pi \text{ rad} \Rightarrow 10\cancel{\pi} = \frac{2\cancel{\pi}}{T} \cdot 2 \Rightarrow 10 = \frac{4}{T} \Rightarrow T = 0,4 \text{ s}.$$

$$\begin{aligned} \text{Για } x = 5 \text{ m είναι } \varphi = 5\pi \text{ rad} &\Rightarrow 5\cancel{\pi} = \frac{2\cancel{\pi}}{0,4} \cdot 2 - \frac{2\cancel{\pi}}{\lambda} \cdot 5 \Rightarrow 5 = 10 - \frac{10}{\lambda} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \lambda = 2 \text{ m}. \end{aligned}$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής έχουμε:

$$v = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{2}{0,4} \Rightarrow v = 5 \text{ m/s}.$$

### B3.α. Σωστό το i.

β. Η απόσταση της οπής από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού είναι:

$$d = h - y = h - \frac{h}{2} \Rightarrow d = \frac{h}{2} \quad (1)$$

Σύμφωνα με το θεώρημα του Torricelli η οριζόντια ταχύτητα εκροής του υγρού είναι:

$$v = \sqrt{2gd} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} v = \sqrt{2g \frac{h}{2}} \Rightarrow v = \sqrt{gh} \quad (2)$$

Η κατακόρυφη κίνηση της φλέβας είναι ελεύθερη πτώση, οπότε ο χρόνος της κίνησης είναι:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \frac{h}{2} = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{h}{g}} \quad (3)$$

Η οριζόντια κίνηση της φλέβας είναι ευθύγραμμη ομαλή, οπότε η οριζόντια απόσταση  $x$  είναι:

$$x = v \cdot t \stackrel{(2)}{\Rightarrow} \stackrel{(3)}{x} = \sqrt{gh} \cdot \sqrt{\frac{h}{g}} \Rightarrow x = \sqrt{gh \cdot \frac{h}{g}} \Rightarrow x = h.$$

## ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** Το σύστημα ελατήριο – σώμα  $\Sigma_1$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με  $D = k = 100 \text{ N/m}$ . Από την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στην ταλάντωση έχουμε:

$$K_1 + U_1 = E \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot D \cdot x_1^2 = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2 \Rightarrow m_1 \cdot v_1^2 + D \cdot \left( \frac{A\sqrt{3}}{2} \right)^2 = D \cdot A^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot v_1^2 + D \cdot \frac{3A^2}{4} = D \cdot A^2 \Rightarrow m_1 \cdot v_1^2 = D \cdot A^2 - \frac{3 \cdot D \cdot A^2}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot v_1^2 = \frac{D \cdot A^2}{4} \Rightarrow v_1^2 = \frac{100 \cdot 0,4^2}{4} \Rightarrow v_1^2 = 4 \Rightarrow v_1 = \pm 2 \text{ m/s}.$$

Επειδή το σώμα κινείται προς τη θετική φορά, δεκτή λύση είναι η

$$v_1 = 2 \text{ m/s}.$$

Από την διατήρηση της ορμής του συστήματος κατά πλαστική κρούση στη διεύθυνση του οριζόντιου άξονα έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \Rightarrow$$

$$m_1 \cdot v_1 - m_1 \cdot v_{2x} = (m_1 + m_2) \cdot V_k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot v_1 - m_1 \cdot v_2 \cdot \cos\varphi = (m_1 + m_2) \cdot V_k \Rightarrow$$

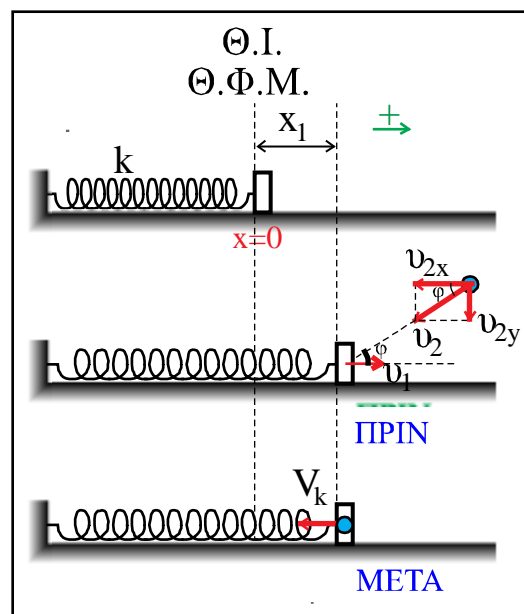
$$\Rightarrow 1 \cdot 2 - 3 \cdot 8 \cdot \frac{1}{3} = (1 + 3) \cdot V_k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 - 8 = 4 \cdot V_k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -6 = 4 \cdot V_k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_k = -\frac{3}{2} \text{ m/s}.$$

Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι το συσσωμάτωμα κινείται προς την αρνητική φορά, δηλαδή προς την θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, όπως φαίνεται στο σχήμα.



**Γ2.** Το σύστημα ελατήριο – συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με  $D = k = 100 \text{ N/m}$ . Η προσθήκη της μάζας  $m_2$  στην  $m_1$  δεν μεταβάλλει την θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, επειδή το ελατήριο είναι οριζόντιο. Έτσι η ταλάντωση του συσσωματώματος ξεκινάει από την θέση με απο-

$$\text{μάκρυνση και πάλι την } x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2} = \frac{0,4\sqrt{3}}{2} = 0,2\sqrt{3} \text{ m}.$$

Από την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στη νέα ταλάντωση έχουμε:

$$\begin{aligned}
 K'_1 + U'_1 &= E' \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot V_k^2 + \frac{1}{2} \cdot D \cdot x_1^2 &= \frac{1}{2} \cdot D \cdot A'^2 \Rightarrow \\
 \Rightarrow 4 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 100 \cdot (0,2 \cdot \sqrt{3})^2 &= 100 \cdot A'^2 \Rightarrow \\
 \Rightarrow \cancel{4} \cdot \frac{9}{\cancel{4}} + 100 \cdot 0,04 \cdot 3 &= 100 \cdot A'^2 \Rightarrow 9 + 12 = 100 \cdot A'^2 \Rightarrow \\
 \Rightarrow A'^2 = \frac{21}{100} \Rightarrow A' &= \frac{\sqrt{21}}{10} \text{ m} \Rightarrow A' = 0,1\sqrt{21} \text{ m}
 \end{aligned}$$

**Γ3.** Η ενέργεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος είναι:

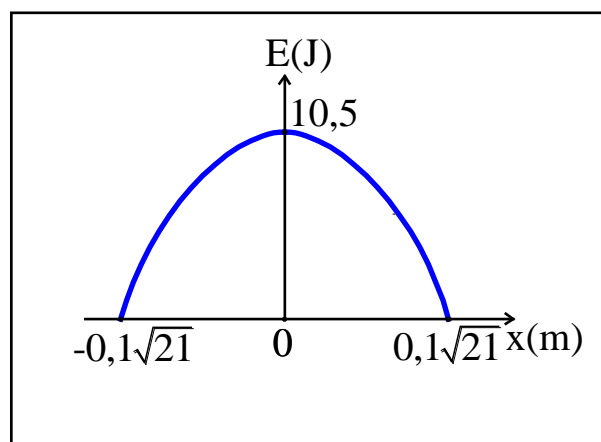
$$E' = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A'^2 \Rightarrow E' = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot \left(\frac{\sqrt{21}}{10}\right)^2 \Rightarrow E' = 10,5 \text{ J}.$$

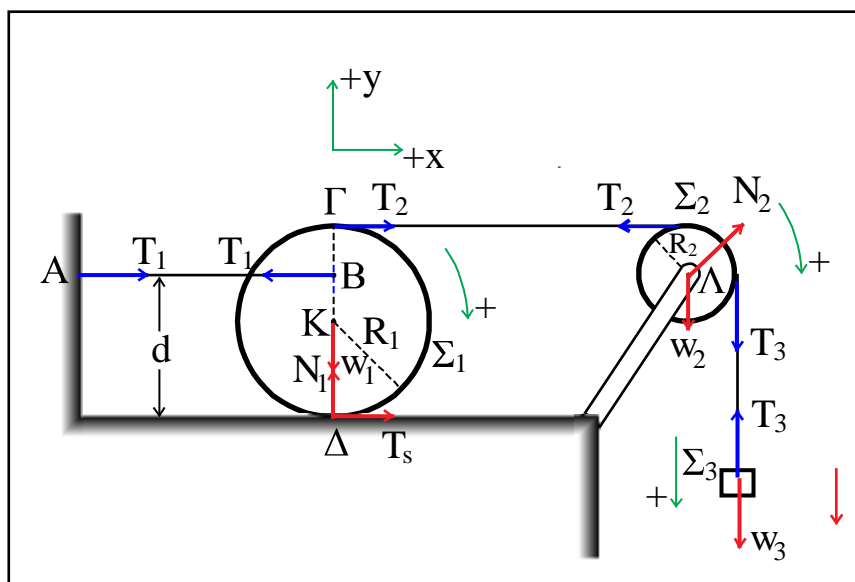
Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας της ταλάντωσης έχουμε:

$$\begin{aligned}
 K + U &= E' \Rightarrow K = -U + E' \Rightarrow \\
 \Rightarrow K &= -\frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2 + E' \Rightarrow K = -\frac{1}{2} \cdot 100 \cdot x^2 + 10,5 \Rightarrow \\
 \Rightarrow K &= -50x^2 + 10,5 \quad (1) \quad (\text{S.I.})
 \end{aligned}$$

$$\mu\epsilon \quad -A' \leq x \leq A \Rightarrow -0,1\sqrt{21} \text{ m} \leq x \leq 0,1\sqrt{21} \text{ m}$$

Η γραφική παράσταση της (1) φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



**ΘΕΜΑ Δ****Δ1.**

Επειδή το σώμα  $\Sigma_3$  ισορροπεί ισχύει:

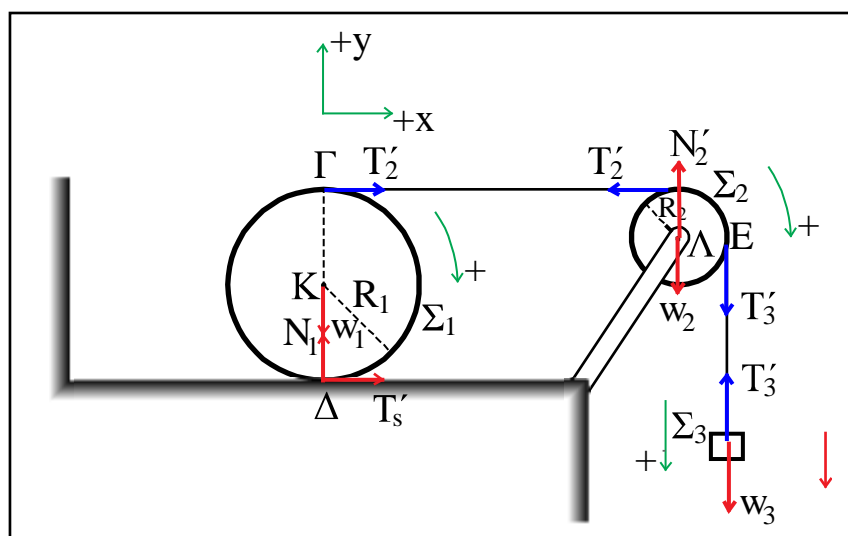
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_3 - w_3 = 0 \Rightarrow T_3 = M_3 \cdot g \Rightarrow T_3 = 10 \text{ N}.$$

Επειδή η τροχαλία  $\Sigma_2$  δεν στρέφεται ισχύει:  $\Sigma \tau_{(\Lambda)} = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow T_3 \cdot R_2 - T_2 \cdot R_2 = 0 \Rightarrow T_2 = T_3 = 10 \text{ N}.$$

Επειδή ο δίσκος  $\Sigma_1$  δεν στρέφεται ισχύει:  $\Sigma \tau_{(\Delta)} = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow T_2 \cdot (\Gamma\Delta) - T_1 \cdot d = 0 \Rightarrow T_2 \cdot 2 \cdot R_1 = T_1 \cdot \frac{3}{2} \cdot R_1 \Rightarrow T_1 = \frac{40}{3} \text{ N}.$$

**Δ2.**

Μετά την κοπή του νήματος (1) το σώμα  $\Sigma_3$  αρχίζει να κατεβαίνει με ταχύτητα  $v_{cm3}$  και επιτάχυνση  $a_{cm3}$ . Επειδή το νήμα είναι μη εκτατό και δεν ολισθαίνει στην τροχαλία ισχύει:

$$v_{cm3} = v_{\gamma\rho(\text{τροχ})} = \omega_2 \cdot R_2 \quad (1) \quad \text{και} \quad a_{cm3} = a_{\gamma\rho(\text{τροχ})} = a_{\gamma\omega v_2} \cdot R_2 \quad (2)$$

Επειδή ο δίσκος  $\Sigma_1$  κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει, για της ταχύτητά του  $v_{cm1}$  και την επιτάχυνσή του  $a_{cm1}$  ισχύει:

$$v_{cm1} = v_{\gamma\rho(\text{δισκ})} = \omega_1 \cdot R_1 \quad (3) \quad \text{και} \quad a_{cm1} = a_{\gamma\rho(\text{δισκ})} = a_{\gamma\omega v_1} \cdot R_1 \quad (4)$$

Τέλος, επειδή το νήμα είναι μη εκτατό, για τις ταχύτητες και τις επιταχύνσεις ισχύουν:

$$v_{cm_3} = v_E = v_\Gamma = 2v_{cm_1} \quad (5) \quad \text{και} \quad a_{cm_3} = a_E = a_\Gamma = 2a_{cm_1} \quad (6)$$

Για την μεταφορική κίνηση του σώματος  $\Sigma_3$  έχουμε:

$$\begin{aligned} \Sigma F_y = M_3 \cdot a_{cm_3} &\Rightarrow w_3 - T'_3 = M_3 \cdot a_{cm_3} \Rightarrow M_3 \cdot g - T'_3 = M_3 \cdot a_{cm_3} \Rightarrow \\ &\Rightarrow 1 \cdot 10 - T'_3 = 1 \cdot a_{cm_3} \Rightarrow T'_3 = 10 - a_{cm_3} \quad (7) \end{aligned}$$

Για την στροφική κίνηση της τροχαλίας  $\Sigma_2$  έχουμε:

$$\begin{aligned} \Sigma \tau_{(\Lambda)} = I_2 \cdot a_{\gamma\omega v_2} &\Rightarrow \\ &\Rightarrow T'_3 \cdot R_2 - T'_2 \cdot R_2 = \frac{1}{2} \cdot M_2 \cdot R_2^2 \cdot a_{\gamma\omega v_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow T'_3 - T'_2 = \frac{1}{2} \cdot R_2 \cdot a_{\gamma\omega v_2} \stackrel{(2)}{\Rightarrow} T'_3 - T'_2 = a_{cm_3} \quad (8) \end{aligned}$$

Για την μεταφορική κίνηση του δίσκου  $\Sigma_1$  έχουμε:

$$\Sigma F_x = M_1 \cdot a_{cm_1} \Rightarrow T'_2 + T'_s = M_1 \cdot a_{cm_1} \Rightarrow T'_2 + T'_s = 8 \cdot a_{cm_1} \quad (9)$$

Για την στροφική κίνηση του δίσκου  $\Sigma_1$  έχουμε:

$$\begin{aligned} \Sigma \tau_{(K)} = I_1 \cdot a_{\gamma\omega v_1} &\Rightarrow T'_2 \cdot R_1 - T'_s \cdot R_1 = \frac{1}{2} \cdot M_1 \cdot R_1^2 \cdot a_{\gamma\omega v_1} \Rightarrow \\ T'_2 - T'_s &= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot R_1 \cdot a_{\gamma\omega v_1} \stackrel{(4)}{\Rightarrow} T'_2 - T'_s = 4 \cdot a_{cm_1} \quad (10) \end{aligned}$$

Με πρόσθεση κατά μέλη των (9) και (10) έχουμε:

$$\Rightarrow 2T'_2 = 12 \cdot a_{cm_1} \Rightarrow T'_2 = 6 \cdot a_{cm_1} \quad (11)$$

Η (8) λόγω της (7) και της (11) γίνεται:

$$\begin{aligned} 10 - a_{cm_3} - 6a_{cm_1} &= a_{cm_3} \Rightarrow 10 - 6a_{cm_1} = 2a_{cm_3} \stackrel{(6)}{\Rightarrow} 10 - 6a_{cm_1} = 2 \cdot 2 \cdot a_{cm_1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow 10 = 10a_{cm_1} \Rightarrow a_{cm_1} = 1 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Και από την (6) προκύπτει ότι  $a_{cm_3} = 2 \text{ m/s}^2$

**Δ3.** Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 1 \text{ s}$  το μέτρο της ταχύτητας του σώματος  $\Sigma_3$  είναι:

$$\begin{aligned} v_{cm_3} &= a_{cm_3} \cdot t_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_{cm_3} = 2 \cdot 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_{cm_3} = 2 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

Από την (1) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητα της τροχαλίας την ίδια στιγμή είναι:

$$(1) \Rightarrow \omega_2 = \frac{v_{cm_3}}{R_2} = \frac{2}{0,1} \Rightarrow \omega_2 = 20 \text{ rad/s}$$

Έτσι το μέτρο της στροφορμής της είναι:

$$\begin{aligned} L_2 = I_2 \cdot \omega_2 \Rightarrow L_2 &= \frac{1}{2} \cdot M_2 \cdot R_2^2 \cdot \omega_2 \Rightarrow L_2 = \frac{1}{2} \cdot \cancel{2} \cdot (0,1)^2 \cdot 20 \Rightarrow \\ &\Rightarrow L_2 = \mathbf{0,2 \text{ Kgm}^2/\text{s}}. \end{aligned}$$