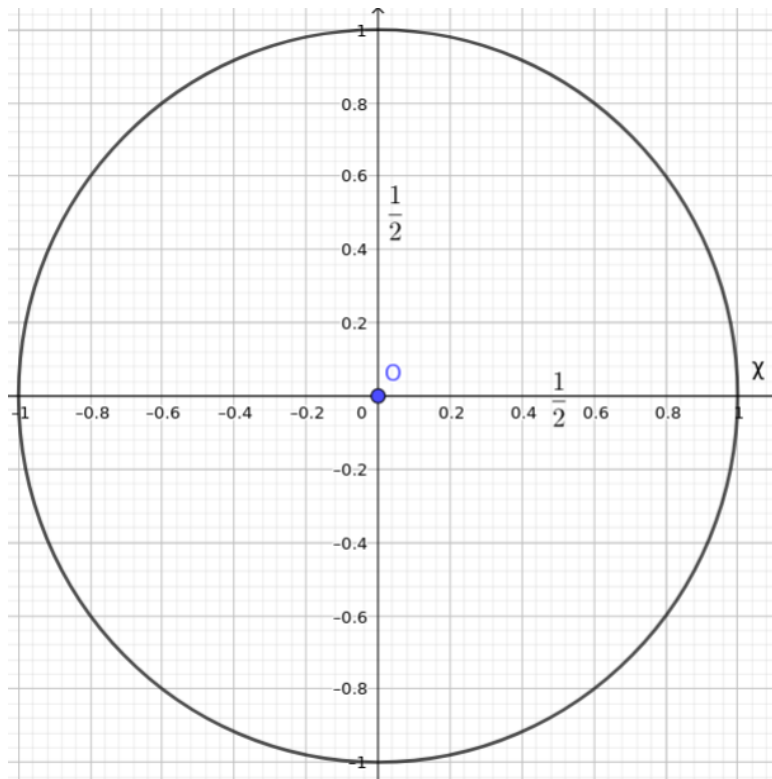


Θέμα 14977

ΘΕΜΑ 2

α) Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο να σημειώσετε τις τελικές πλευρές δύο γωνιών που ανήκουν στο διάστημα $[0, 2\pi)$, με αρχική πλευρά την ημιευθεία Ox , οι οποίες να έχουν ημίτονο ίσο με $\frac{1}{2}$ και άλλες δύο οι οποίες να έχουν συνημίτονο ίσο με $\frac{1}{2}$.



(Μονάδες 12)

β) Να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu x = \frac{1}{2}$ για $x \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 13)

Θέμα 15036

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3\sigma\upsilon\nu 2x$, $x \in \mathbb{R}$.

α)

ι. Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f .

(Μονάδες 10)

ii. Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης f .

(Μονάδες 5)

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = -3$ στο R .

(Μονάδες 10)

Θέμα 15969

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = 2 \sin(13\pi + x) - 2 \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

1) Να δείξετε ότι: $\sin(13\pi + x) = -\sin x$.

(Μονάδες 5)

2) Να δείξετε ότι: $f(x) = -4 \sin x$.

(Μονάδες 8)

3) Να λύσετε την εξίσωση: $f(x) = -2$.

(Μονάδες 12)

Θέμα 21995

ΘΕΜΑ 2

Πόσες και ποιες λύσεις έχει η εξίσωση $\eta\mu x = \alpha$ στο διάστημα $[-2\pi, 2\pi]$ όταν:

α) $\alpha = 1$.

(Μονάδες 13)

β) $\alpha = -2$.

(Μονάδες 12)

Να αιτιολογήσετε γραφικά, ή όπως αλλιώς θέλετε, την απάντησή σας σε κάθε ένα από τα παραπάνω ερωτήματα.

Θέμα 32675

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu x + 1, x \in R$.

α) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f .

(Μονάδες 10)

β) Για ποια τιμή του $x \in (0, 2\pi)$ η συνάρτηση παρουσιάζει μέγιστη τιμή;

(Μονάδες 15)

Θέμα 15003

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση:

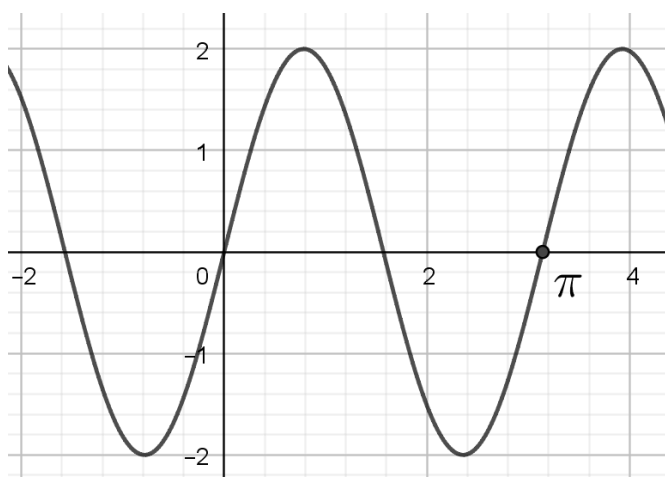
$f(x) = \eta\mu\alpha x \cdot \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha x\right) + 2\right) - \sin\alpha x \cdot \sin(\pi - \alpha x) - 1, \text{ με } \alpha \in R.$

α)

i. Να δείξετε ότι $f(x) = 2 \cdot \eta\mu\alpha x$ για κάθε $x \in R$.

(Μονάδες 10)

- ii. Δίνεται επιπλέον ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f είναι αυτή που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Να δείξετε ότι $\alpha = 2$.



(Μονάδες 6)

- β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με την ευθεία $\varepsilon: y = 1$ για $x \in (0, \pi)$.

(Μονάδες 9)

Θέμα 15014

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha \cdot \eta\mu\beta x$, με α, β ακέραιους θετικούς αριθμούς.

- α) Να βρείτε την τιμή του α , αν η μέγιστη τιμή της συνάρτησης είναι 2.

(Μονάδες 6)

- β) Αν $\alpha = 2$, να δείξετε ότι η μικρότερη τιμή του β για την οποία είναι $f\left(\frac{\pi}{16}\right) = 2$ είναι $\beta = 8$.

(Μονάδες 10)

- γ) Αν $\alpha = 2$ και $\beta = 8$, να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 1$ στο διάστημα $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

(Μονάδες 9)

Θέμα 15026

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 1 + 2\eta\mu\left(\frac{\pi x}{2}\right)$, $x \in \mathbb{R}$.

- α) Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης f .

(Μονάδες 5)

- β) Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης f .

(Μονάδες 6)

γ) Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων στα οποία η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα xx' .

(Μονάδες 7)

δ) Να αποδείξετε ότι $(f(x) - 1)^2 + (f(1 - x) - 1)^2 = 4$, για κάθε $x \in R$.

(Μονάδες 7)

Θέμα 15049

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \eta\mu(\pi + x), x \in R$

α) Να αποδείξετε ότι $f(x) = \sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x$.

(Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι $-2 \leq f(x) \leq 2$. Κατόπιν να εξετάσετε αν ο αριθμός 2 είναι η μέγιστη τιμή της συνάρτησης.

(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε:

i. Το σημείο τομής της γραφικής παράστασης C_f της f με τον άξονα $y'y$.

(Μονάδες 3)

ii. Δυο σημεία τομής της C_f με τον $x'x$.

(Μονάδες 6)

Θέμα 15050

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu x, x \in R$.

α) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της.

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε δυο κοινά σημεία της γραφικής παράστασης C_f της f με την ευθεία $y = 1$.

(Μονάδες 5)

γ) Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ και $f\left(\frac{2\pi}{5}\right)$.

(Μονάδες 6)

δ) Να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση, στο διάστημα $[0, 2\pi]$.

(Μονάδες 6)

Θέμα 15288

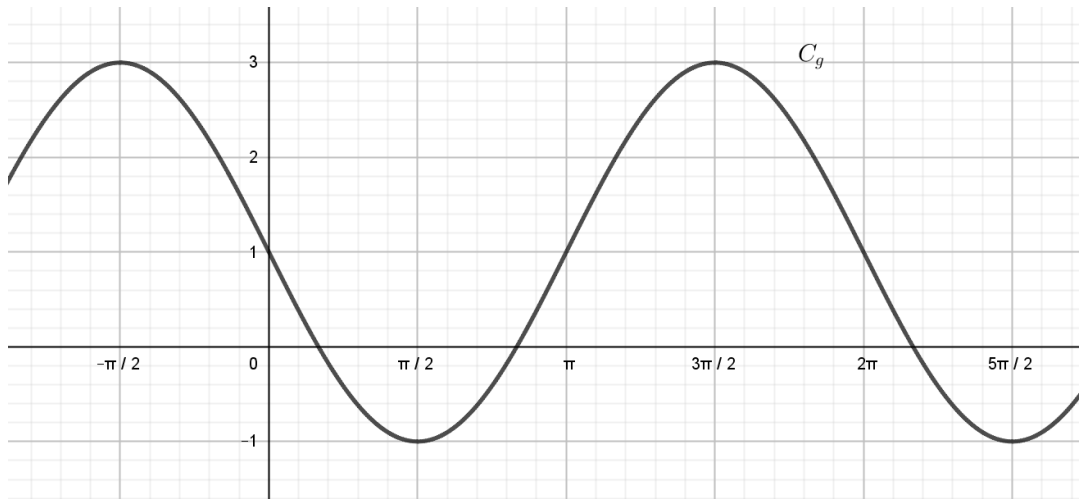
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu 3x + 1, x \in R$.

α) Να βρείτε την περίοδο T , τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f .

(Μονάδες 3)

β) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = \alpha\eta\mu\beta x + \gamma$, με $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$, $\beta > 0$ και πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.



- i. Με βάση το σχήμα, να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α, β και γ . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

- ii. Για $\alpha = -2$, $\beta = 1$ και $\gamma = 1$, να λύσετε την εξίσωση $f(x) = g(x)$ στο διάστημα $[0, \pi)$

(Μονάδες 10)

Θέμα 15347

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu^2(\pi - x) - 3\eta\mu(\frac{\pi}{2} + x) + \alpha$, με $\alpha \in \mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu^2 x - 3\sigma\upsilon\nu x + \alpha$.

(Μονάδες 8)

β) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι άρτια ή περιττή.

(Μονάδες 5) γ) Να

βρείτε το α αν είναι γνωστό ότι η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $M(\frac{\pi}{3}, 1)$.

(Μονάδες 5) δ) Για

$\alpha = 2$ και $g(x) = 2\eta\mu^2 x + 9\sigma\upsilon\nu x - 9$, να εξετάσετε (αν υπάρχουν) κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και g .

(Μονάδες 7)

Θέμα 20712

ΘΕΜΑ 4

Σε μια θαλάσσια περιοχή, λόγω της παλίρροιας, η στάθμη των υδάτων αυξομειώνεται. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της ημιτονοειδούς συνάρτησης f , που δίνει σε μέτρα το ύψος της στάθμης των υδάτων συναρτήσει του χρόνου t σε ώρες. Να βρείτε :

α) την υψομετρική διαφορά ανάμεσα στην υψηλότερη στάθμη (πλημμυρίδα) και τη χαμηλότερη στάθμη (άμπωτη).

(Μονάδες 6)

β) την περίοδο του φαινομένου της παλίρροιας.

(Μονάδες 6)

γ) τον τύπο της συνάρτησης f .

(Μονάδες 6)

δ) ποιες ώρες, στη διάρκεια μιας ημέρας, η στάθμη των υδάτων είναι $\frac{3}{2}$ μέτρα.

(Μονάδες 7)

