

Τράπεζα Θεμάτων
Άλγεβρα - Α' Λυκείου

Θέμα 12680

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

(Μονάδες 10)

β) Να εξετάσετε αν το σημείο $M(4,3)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f .

(Μονάδες 7)

γ) Να εξετάσετε αν το σημείο $N(-1,-2)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f .

(Μονάδες 8)

Θέμα 12686

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x}{x-1}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

(Μονάδες 8)

β) Να εξετάσετε αν το σημείο $M(2,4)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

(Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τους άξονες.

(Μονάδες 8)

Θέμα 13322

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = \frac{x}{x^2+2} + \sqrt{x-1}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης g .

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε (εφόσον ορίζονται) τις τιμές της συνάρτησης g για $x=1$, $x=-2$, $x=2$.

(Μονάδες 9)

γ) Τέμνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης g τον $y'y$ άξονα;

(Μονάδες 8)

Θέμα 12913

ΘΕΜΑ 2

α) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο $x^2 + 2x - 3$.

(Μονάδες 8)

β) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$.

i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού A της παραπάνω συνάρτησης f .

(Μονάδες 5)

ii. Να δείξετε ότι $f(x) = x + 3$ για κάθε $x \in A$.

(Μονάδες 4)

iii. Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f .

(Μονάδες 8)

Θέμα 14072

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση f , με $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού A της συνάρτησης f .

(Μονάδες 8)

β) Ανήκει το σημείο $M(1, 3)$ στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f ;

(Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

(Μονάδες 9)

Θέμα 14306

ΘΕΜΑ 2

α) Να λύσετε την ανίσωση $(|y - 3|) < 1$.

(Μονάδες 12)

β) Αν x, y είναι τα μήκη των πλευρών ενός ορθογωνίου με $1 < x < 3$ και $2 < y < 4$, τότε να βρείτε μεταξύ ποιών τιμών κυμαίνεται η τιμή του εμβαδού E του ορθογωνίου.

(Μονάδες 13)

Θέμα 14596

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{x^2-2x-3}{x+1}$ με $x \neq -1$.

α) Να απλοποιήσετε τον τύπο της συνάρτησης και να δείξετε ότι $f(x) = x - 3$ για κάθε $x \neq -1$.

(Μονάδες 13)

β) Να εξετάσετε αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο $A(1, -4)$.

(Μονάδες 12)

Θέμα 14603

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση f , με: $f(x) = \begin{cases} 2x - 5, & x \leq 3 \\ x^2, & 3 < x < 10 \end{cases}$

α) Να υπολογίσετε τις τιμές $f(-1)$, $f(3)$ και $f(5)$.

(Μονάδες 6)

β) Διέρχεται η γραφική παράσταση της f από την αρχή των αξόνων; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της f με τον $y'y$ άξονα.

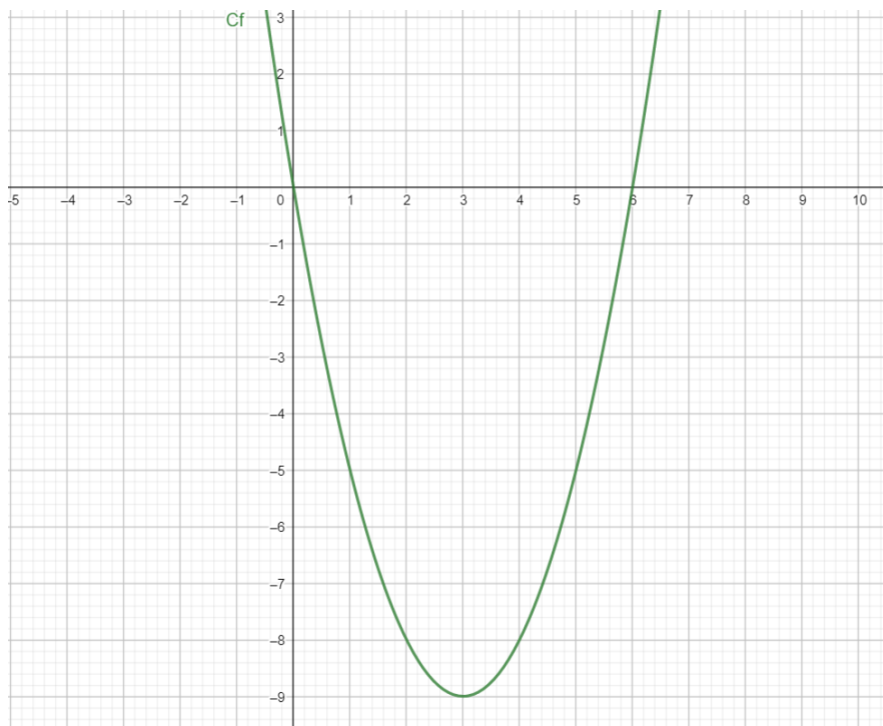
(Μονάδες 9)

(Μονάδες 10)

Θέμα 15000

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η γραφική παράσταση C_f μιας συνάρτησης f που είναι ορισμένη σε όλο το $\mathbb{R}$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Με τη βοήθεια του σχήματος:

α) Να βρείτε τις τιμές της f για $x = 0, 1, 3, 5$.

(Μονάδες 8)

β) Να λύσετε γραφικά την εξίσωση $f(x) = 0$.

(Μονάδες 6)

γ) Να λύσετε γραφικά την ανίσωση $f(x) < 0$.

(Μονάδες 11)

Θέμα 12788

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (x-1)^2$, $x \in \mathbb{R}$

α) Να αποδείξετε ότι $f(\sqrt{3}) + f(-\sqrt{3}) = 8$

(Μονάδες 7)

β) Να βρείτε όλα τα σημεία της γραφικής παράστασης της f , με συντεταγμένες ακέραιους αριθμούς, τα οποία βρίσκονται κάτω από την ευθεία $y = 4$

(Μονάδες 9)

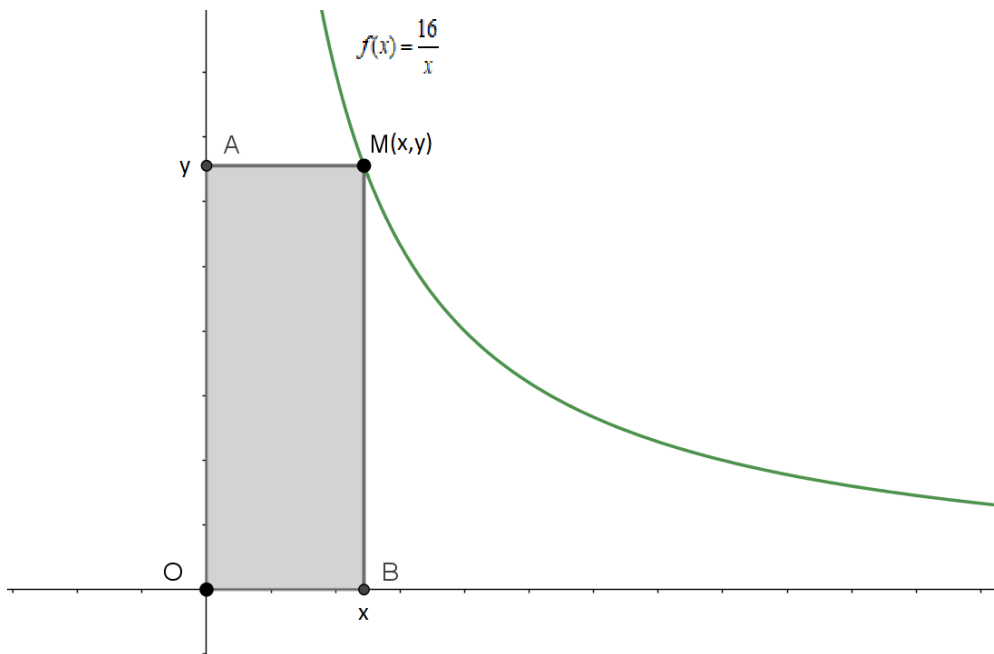
γ) Έστω α, β πραγματικοί αριθμοί με $\alpha \neq \beta$ ώστε να ισχύει $f(\alpha) = f(\beta)$. Να αποδείξετε ότι $\alpha + \beta = 2$

Θέμα 13090

ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \frac{16}{x}$, $x > 0$.

Ένα σημείο $M(x,y)$ κινείται στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f και έστω A και B οι προβολές του M στους άξονες $y'y$ και $x'x$ αντίστοιχα όπως φαίνεται στο σχήμα.



α) Να δείξετε ότι όλα τα ορθογώνια $OAMB$ που προκύπτουν για τις διάφορες θέσεις του σημείου M έχουν εμβαδόν 16 τετραγωνικές μονάδες, ενώ η περίμετρός τους δίνεται, σε μονάδες μήκους, από τη συνάρτηση $\Pi(x) = 2x + \frac{32}{x}$, $x > 0$ όπου x η τετμημένη του M .

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου M ώστε το ορθογώνιο $OAMB$ να έχει περίμετρο 20 μονάδες μήκους.

(Μονάδες 7)

γ) Αν M' είναι το σημείο της γραφικής παράστασης της f ώστε το ορθογώνιο $OAM'B$ να είναι τετράγωνο τότε:

i. Να δείξετε ότι το M' έχει τετμημένη 4.

(Μονάδες 4)

ii. Να δείξετε ότι το τετράγωνο $OAM'B$ έχει τη μικρότερη περίμετρο από όλα τα ορθογώνια $OAMB$, δηλαδή ότι $\Pi(x) \geq \Pi(4)$ για κάθε $x > 0$.

(Μονάδες 6)

Θέμα 12944

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x + \frac{1}{x}$ και $g(x) = x - \frac{1}{x}$, $x \neq 0$.

α) Να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = f(2) + g(2) - f\left(\frac{1}{2}\right) - g\left(\frac{1}{2}\right)$$

(Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι $(f(x))^2 - (g(x))^2 = 4$ για οποιοδήποτε αριθμό x με $x \neq 0$

(Μονάδες 8)

γ) Θεωρούμε την ευθεία $y = \alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$. Αν η ευθεία έχει κοινά σημεία με τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f , να αποδείξετε ότι $|\alpha| \geq 2$.

(Μονάδες 10)

Θέμα 12628

ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε τις συναρτήσεις $f(x) = x^2 - x - 1$ και $g(x) = 3 - x$ των οποίων οι γραφικές παραστάσεις δίνονται στο παρακάτω σχήμα.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A, B, Γ, Z.

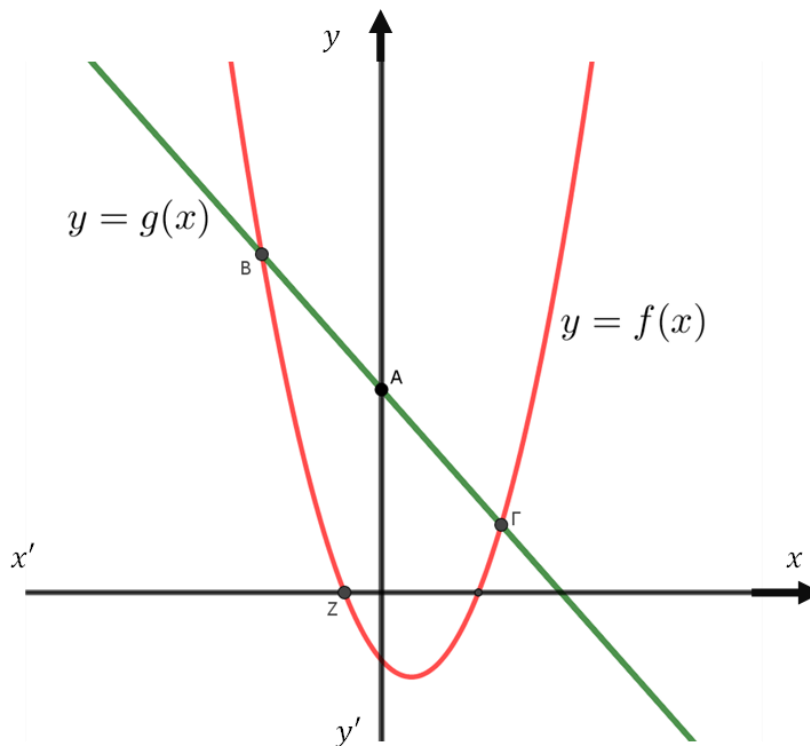
(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων της γραφικής παράστασης της $y = f(x)$ που βρίσκονται πάνω από την γραφική παράσταση της $y = g(x)$

(Μονάδες 6)

γ) Αποδείξτε ότι για οποιονδήποτε πραγματικό αριθμό α , η απόσταση των αριθμών $f(\alpha)$ και $-g(\alpha)$ πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών είναι τουλάχιστον 1.

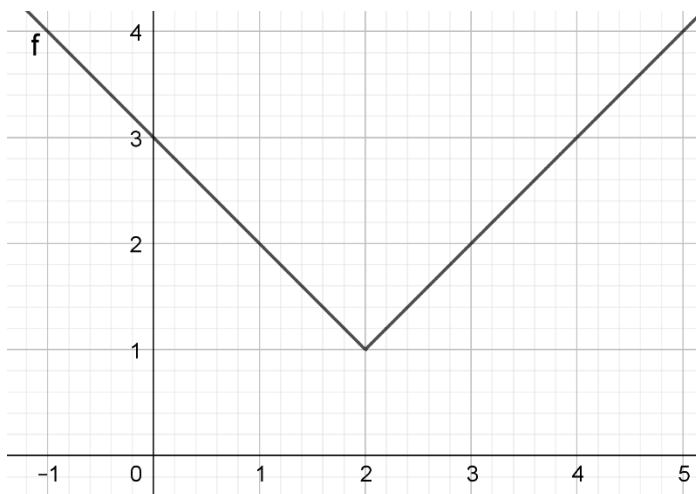
(Μονάδες 9)



Θέμα 12914

ΘΕΜΑ 4

Έστω η ευθεία $\varepsilon: y = c$, με παράμετρο $c \in \mathbb{R}$ και η συνάρτηση $f(x) = (x - 2) + 1$, η γραφική παράσταση της οποίας δίνεται στο παρακάτω σχήμα:



α)

- i. Με βάση το σχήμα, για ποιες τιμές του $c \in \mathbb{R}$ η ευθεία ε και η γραφική παράσταση της f έχουν κοινά σημεία;

(Μονάδες 4)

- ii. Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά την απάντηση του ερωτήματος α)i).

(Μονάδες 5)

β) Έστω ότι η ευθεία ε έχει με τη γραφική παράσταση της f δυο κοινά σημεία A, B . Να αποδείξετε ότι οι συντεταγμένες των κοινών σημείων είναι $A(3 - c, c)$ και $B(c + 1, c)$.

(Μονάδες 8)

γ)

- i. Αν A, B τα σημεία του ερωτήματος β), με βάση το σχήμα, για ποιες τιμές του c το μήκος του τμήματος AB είναι $(AB) \leq 2$;

(Μονάδες 4)

- ii. Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά την απάντηση του ερωτήματος γ)i).

(Μονάδες 4)