

Τράπεζα Θεμάτων
Γεωμετρία - Α' Λυκείου
Θέμα 12704

ΘΕΜΑ 2

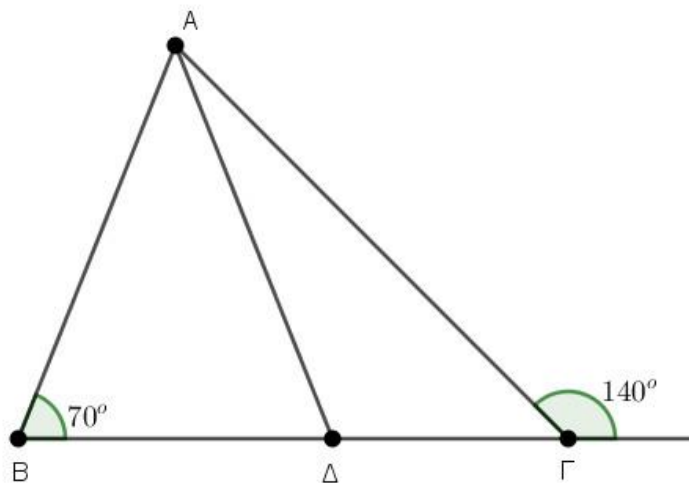
Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 70^\circ$ και $\hat{\Gamma}_{\text{εξωτ}} = 140^\circ$.

Στην πλευρά $B\Gamma$ θεωρούμε εσωτερικό σημείο Δ , ώστε $A\Delta = AB$. Να αποδείξετε ότι:

α) $\hat{B}\hat{A}\Delta = 40^\circ$. (Μονάδες 9)

β) $\hat{A}\hat{\Delta}\Gamma = 110^\circ$. (Μονάδες 7)

γ) Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 9)



Θέμα 12707

ΘΕΜΑ 2

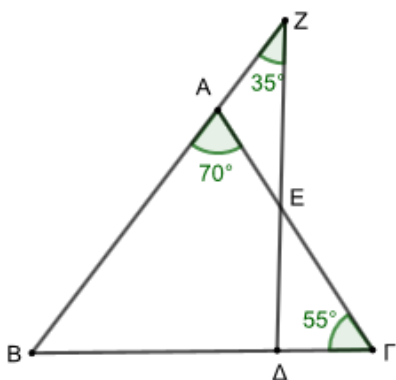
Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 70^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 55^\circ$. Προεκτείνουμε την πλευρά BA προς το σημείο A και παίρνουμε στην προέκταση σημείο Z ώστε $\hat{B}\hat{Z}\Delta = 35^\circ$, όπου Δ

εσωτερικό σημείο της $B\Gamma$. Η $Z\Delta$ τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο E . Να αποδείξετε ότι:

α) το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 7)

β) $\hat{Z}\hat{\Delta}B = 90^\circ$. (Μονάδες 8)

γ) το τρίγωνο AZE είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)



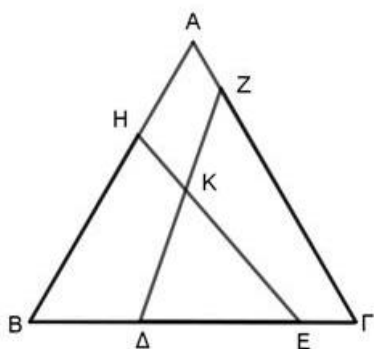
Θέμα 12708

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$. Στις πλευρές $B\Gamma$ και GA θεωρούμε σημεία E και Z αντίστοιχα ώστε $BE = \Gamma Z$. Στις πλευρές AB και GB θεωρούμε σημεία H και Δ αντίστοιχα ώστε $BH = \Gamma\Delta$. Τα ευθύγραμμα τμήματα ΔZ και EH τέμνονται στο σημείο K το οποίο είναι εσωτερικό σημείο του τριγώνου $AB\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:

α) $EH = \Delta Z$ και $\widehat{BHE} = \widehat{\Gamma\Delta Z}$. (Μονάδες 12)

β) τα τρίγωνα BEH και $\Gamma E\Delta$ έχουν ίσες γωνίες μία προς μία. (Μονάδες 13)



Θέμα 12709

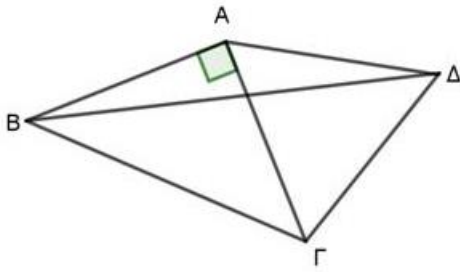
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και $\widehat{A} = 90^\circ$. Εξωτερικά του τριγώνου $AB\Gamma$ κατασκευάζουμε το ισόπλευρο τρίγωνο $A\Gamma\Delta$.

α) Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών B, Γ του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 5)

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Delta$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)

γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $AB\Delta$. (Μονάδες 12)

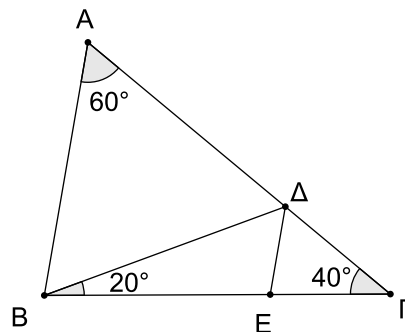


Θέμα 13443

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 60^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 40^\circ$. Στην πλευρά AG θεωρούμε σημείο Δ , ώστε $\angle B\Delta\Gamma = 20^\circ$.

- α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Delta$ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 10)
- β) Η παράλληλη από το Δ προς την AB τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ στο σημείο E . Να αποδείξετε ότι:
- $\angle B\Delta E = 60^\circ$. (Μονάδες 8)
 - Η ΔE είναι διχοτόμος της γωνίας $B\Delta\Gamma$. (Μονάδες 7)

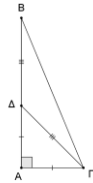


Θέμα 13442

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$. Στην πλευρά του AB θεωρούμε σημείο Δ ώστε $B\Delta = \Delta\Gamma$ και $A\Delta = A\Gamma$.

- α) Να αποδείξετε ότι $\angle A\Delta\Gamma = 45^\circ$. (Μονάδες 12)
- β) Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{B}$. (Μονάδες 13)



Θέμα 13535

ΘΕΜΑ 2

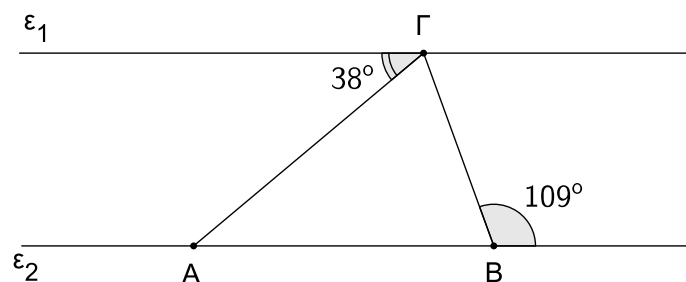
Στο παρακάτω σχήμα η ευθεία ε_1 διέρχεται από την κορυφή Γ του τριγώνου $AB\Gamma$ και είναι παράλληλη στην ευθεία ε_2 που ορίζεται από τις κορυφές του A και B . Αξιοποιώντας τα δεδομένα του σχήματος:

α) να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

(Μονάδες 15)

β) να δικαιολογήσετε γιατί το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές και να εξηγήσετε ποιες είναι οι ίσες πλευρές του.

(Μονάδες 10)



Θέμα 13654

ΘΕΜΑ 2

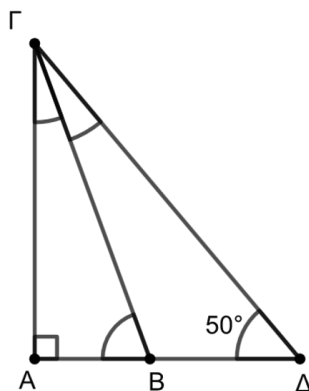
Στο ακόλουθο σχήμα είναι $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{AB\Gamma} - \hat{A\Gamma B} = 50^\circ$ και $\hat{A\Delta\Gamma} = 50^\circ$.

α) Να υπολογίσετε τις οξείες γωνίες $\hat{AB\Gamma}$ και $\hat{A\Gamma B}$ του ορθογωνίου τριγώνου $AB\Gamma$.

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι η ΓB είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{A\Gamma\Delta}$.

(Μονάδες 15)



Θέμα 13687

ΘΕΜΑ 2

Σε κύκλο με κέντρο O και ακτίνα R θεωρούμε επίκεντρη γωνία $A\hat{O}B = 40^\circ$. Προεκτείνουμε τις ακτίνες OA και OB κατά τμήματα AG και BD αντίστοιχα, έτσι ώστε $AG = OA$ και $BD = OB$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

α) Να αποδείξετε ότι $OA = OB = 70\text{ cm}$.

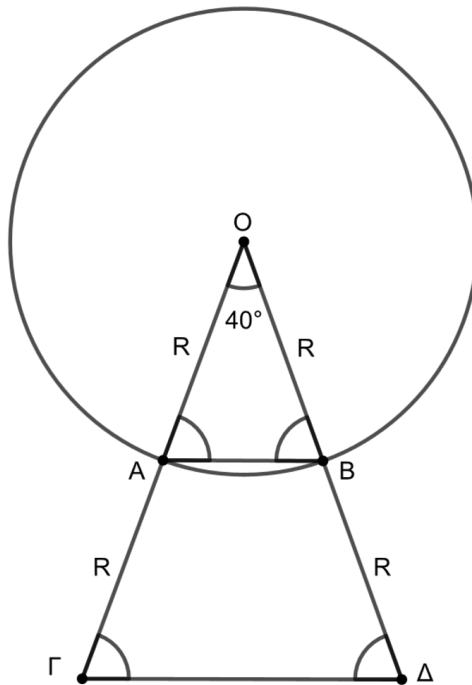
(Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{O\Gamma\Delta}$ και $\widehat{O\Delta\Gamma}$.

(Μονάδες 10)

γ) Να αποδείξετε ότι $AB \parallel \Gamma\Delta$.

(Μονάδες 5)

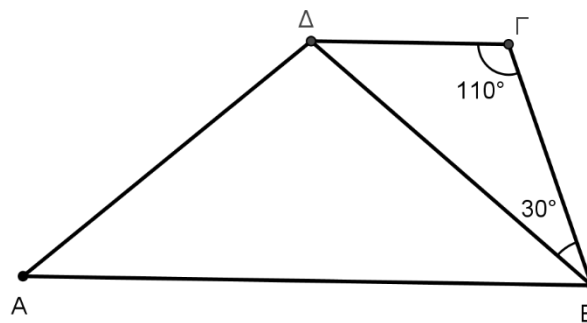


Θέμα 34506

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με $AB \parallel \Delta\Gamma$, στο οποίο η διαγώνιος $B\Delta$ είναι ίση με την πλευρά $A\Delta$. Αν είναι η γωνία $\hat{\Gamma} = 110^\circ$ και η γωνία $\Delta\hat{B}\Gamma = 30^\circ$, να υπολογίσετε τη γωνία $A\hat{\Delta}B$.

(Μονάδες 25)



Θέμα 14884

ΘΕΜΑ 2

Έστω τρίγωνο $AB\Delta$ με $\hat{A} = 120^\circ$. Εξωτερικά του τριγώνου κατασκευάζουμε τα ισόπλευρα τρίγωνα $AE\Delta$ και $AZ\Delta$.

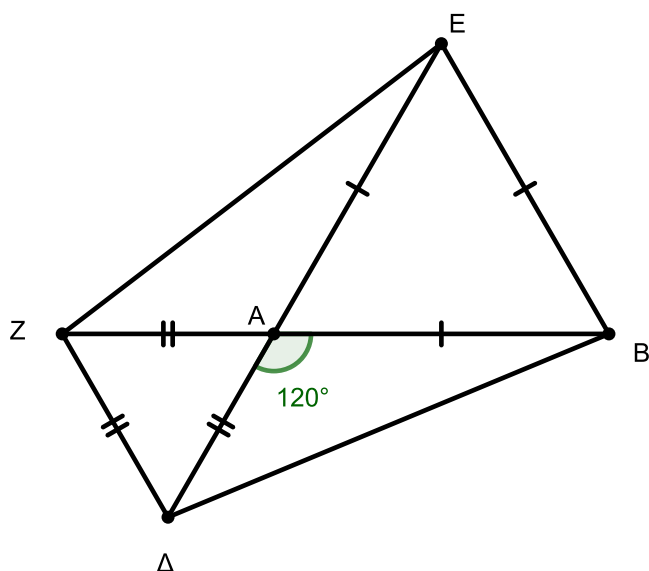
Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα AEZ και $AB\Delta$ είναι ίσα.

(Μονάδες 13)

β) Το τμήμα ΔZ είναι παράλληλο στο BE .

(Μονάδες 12)



Θέμα 12200

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και $\hat{A} = 36^\circ$. Έστω $B\Delta$ η διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$ και E σημείο της πλευράς AB ώστε $AE = \Gamma\Delta$.

α) Να αποδείξετε ότι $A\Delta = B\Delta$.

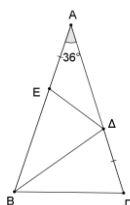
(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $B\Delta E$ είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 7)

γ) Η παράλληλη από το B προς την $A\Gamma$ τέμνει την προέκταση της ΔE (προς το E) στο σημείο Z . Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $B\Delta Z$ είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 10)



Θέμα 11882

Θέμα 3

Στο παρακάτω σχήμα τα τρίγωνα $AB\Gamma$, $A\Delta E$ και ΔZH είναι ορθογώνια με ορθές γωνίες $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$, $\hat{A}\hat{E}\hat{\Delta}$ και $\hat{\Delta}\hat{Z}\hat{H}$, αντίστοιχα. Επίσης $A\Gamma = A\Delta$ και $B\Gamma = \Delta Z$.

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα ευθύγραμμα τμήματα $B\Gamma$ και ΔE είναι ίσα.

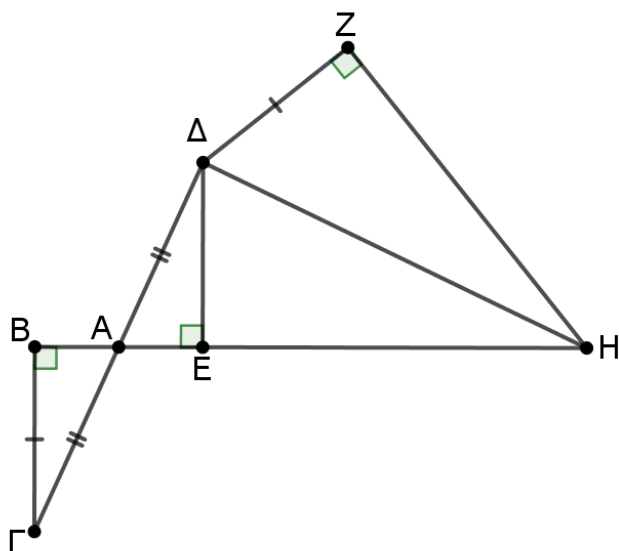
Μονάδες 10

β) Η ΔH είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{E}\hat{H}\hat{Z}$.

Μονάδες 6

γ) Αν, επιπλέον, οι $A\Delta$ και ΔH είναι κάθετες, τότε $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{E} = \frac{\hat{E}\hat{H}\hat{Z}}{2}$.

Μονάδες 9



Θέμα 1708

Γιατί $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = \hat{A}\hat{E}\hat{\Delta}$ και $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{E} = \hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$

Θέμα 1784

Γιατί $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = \hat{A}\hat{E}\hat{\Delta}$ και $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{E} = \hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$

Θέμα 1792

Γιατί $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = \hat{A}\hat{E}\hat{\Delta}$ και $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{E} = \hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$

Θέμα 1819

Γιατί $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = \hat{A}\hat{E}\hat{\Delta}$ και $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{E} = \hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$

Θέμα 1851

ΘΕΜΑ 2

Σε τρίγωνο $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$ η προέκταση της διχοτόμου της $\hat{\Gamma}$ και της εξωτερικής γωνίας του $\hat{B}$, τέμνονται στο

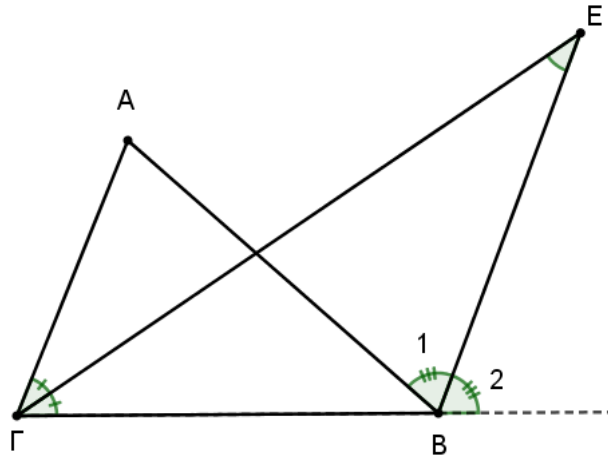
E. Δίνεται ότι $\hat{A}\hat{B}\hat{E} = 70^\circ = 2\hat{\Gamma}\hat{E}\hat{B}$

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $\Gamma B E$ είναι ισοσκελές

(Μονάδες 12)

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$.

(Μονάδες 13)



Θέμα 1894

Γ

Θέμα 13499

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $AB < A\Gamma$ και AH το ύψος προς την υποτείνουσα. Στην πλευρά $B\Gamma$ θεωρούμε τα σημεία Δ και E τέτοια ώστε $\Delta B = AB$ και $\Gamma E = \Gamma A$. Αν ΔZ και $E\Theta$ είναι οι αποστάσεις των Δ και E από τις πλευρές $A\Gamma$ και AB αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α) $\Gamma\hat{A}\Delta = \Delta\hat{A}H$ και $E\hat{A}B = H\hat{A}E$.

(Μονάδες 14)

β) $\Delta E = \Delta Z + E\Theta$.

(Μονάδες 11)

Θέμα 13537

ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$, σημείο Δ της πλευράς $A\Gamma$, ώστε $A\Delta = B\Delta = B\Gamma$ και σημείο E της πλευράς AB , ώστε $AE = \Gamma\Delta$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\hat{\Gamma} = 2\hat{A}$.

(Μονάδες 6)

ii. $\hat{A} = 36^\circ$.

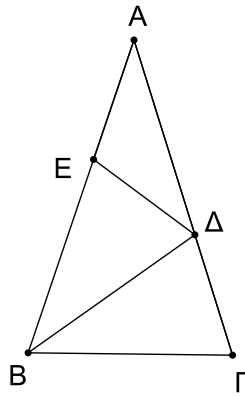
(Μονάδες 6)

iii. Το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 6)

β) Στην προέκταση της ΔE προς το E θεωρούμε σημείο Z , ώστε $\Delta Z = A\Gamma$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $B\Delta Z$ είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 7)



Θέμα 13697

ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα, τα τμήματα AE , BZ , BD και $ΓΕ$ αναπαριστούν τέσσερις ίσους ράβδους μήκους 40 cm οι οποίες αποτελούν μέρη μιας κρεμάστρας τοίχου.

Οι ράβδοι συνδέονται με τέτοιο τρόπο ώστε ανά δύο απέναντι να είναι παράλληλες, δηλαδή $AE \parallel BD$ και $BZ \parallel ΓΕ$, και ανά δύο να έχουν κοινό μέσο, δηλαδή K κοινό μέσο των AE , BZ και Λ κοινό μέσο των BD , $ΓΕ$. Έστω ότι η μία από τις γωνίες που σχηματίζουν οι τεμνόμενες ράβδοι AE και BZ με κορυφή το κοινό τους μέσο K , η γωνία $\widehat{BKE}$, είναι ίση με 120° .

α) Να αποδείξετε ότι $\widehat{AKB} = \widehat{KBL} = \widehat{BL\Gamma} = 60^\circ$.

(Μονάδες 9)

β) Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι τα τρίγωνα AKB και $BL\Gamma$ είναι ίσα και ισόπλευρα. Να εξετάσετε αν ο ισχυρισμός του είναι αληθής. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 10)

γ) Να αποδείξετε ότι τα σημεία A , B και Γ ανήκουν στην ίδια ευθεία.

(Μονάδες 6)

Θέμα

ΘΕΜΑ 4

Από

κύκλου



(O, R) φέρουμε το

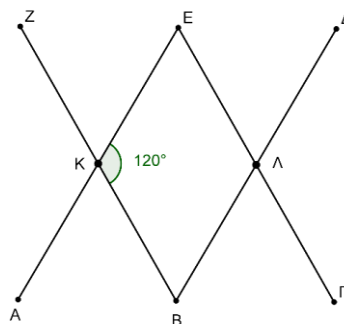
Ενώνουμε το σημείο B με το κέντρο O

προεκτείνουμε κατά ίσο τμήμα $ΟΓ =$

φέρουμε το εφαπτόμενο τμήμα $ΓΔ$, όπως στο σχήμα.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $AB = ΔΓ$



13750

σημείο B εξωτερικό ενός εφαπτόμενο τμήμα BA . του κύκλου και BO . Από το σημείο Γ

(Μονάδες 08)

ii. $AD \parallel BG$

(Μονάδες 10)

β) Αν το μήκος του εφαπτόμενου τμήματος BA είναι ίσο με την ακτίνα R , τι είδους τρίγωνο είναι το τρίγωνο $AO\Delta$; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 07)

