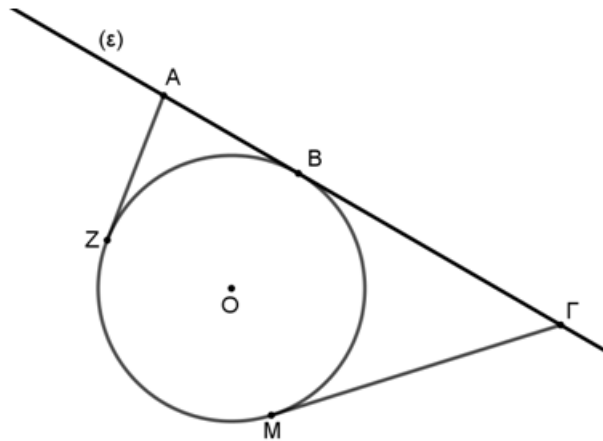


## ΘΕΜΑ 2

Δίνεται κύκλος με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $\rho$ . Σε σημείο  $B$  του κύκλου φέρουμε εφαπτόμενη ευθεία  $(\varepsilon)$ . Θεωρούμε στην ευθεία  $(\varepsilon)$  δύο σημεία  $A$  και  $\Gamma$  εκατέρωθεν του  $B$  έτσι ώστε  $BA < B\Gamma$  και από τα σημεία αυτά, φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα  $AZ$  και  $\Gamma M$  στον κύκλο.

α) Να γράψετε τα ευθύγραμμα τμήματα τα οποία είναι ίσα, αιτιολογώντας την απάντησή σας. (Μονάδες 15)

β) Να αποδείξετε ότι  $A\Gamma = AZ + M\Gamma$ . (Μονάδες 10)



#### ΘΕΜΑ 4

Έστω ότι ο κύκλος  $(O, \rho)$  εφάπτεται των πλευρών του τριγώνου  $PΓΕ$  στα σημεία  $A, \Delta$  και  $B$ .

α) Να αποδείξετε ότι:

I.  $PΓ = Γ\Delta + AP$

(Μονάδες 6)

II.  $PΓ - Γ\Delta = PE - \Delta E$

(Μονάδες 8)

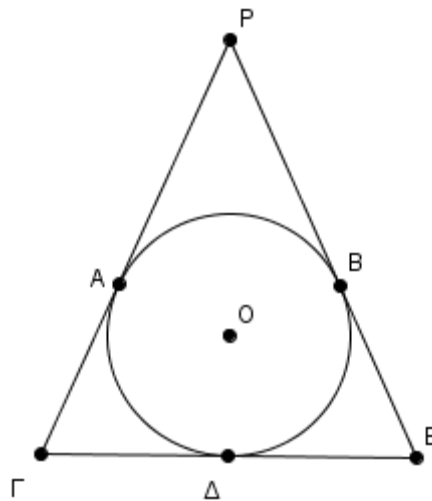
β) Αν  $ΑΓ=ΒΕ$ , να αποδείξετε ότι

I. Το τρίγωνο  $PΓΕ$  είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 6)

II. Τα σημεία  $P, O$  και  $\Delta$  είναι συνευθειακά.

(Μονάδες 5)



#### ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε κύκλο κέντρου  $O$  και εξωτερικό σημείο του  $P$ . Από το  $P$  φέρνουμε τα εφαπτόμενα τμήμα  $PA$  και  $PB$ . Η διακεντρική ευθεία  $PO$  τέμνει τον κύκλο στο σημείο  $\Lambda$ . Η εφαπτόμενη του κύκλου στο  $\Lambda$  τέμνει τα  $PA$  και  $PB$  στα σημεία  $\Gamma$  και  $\Delta$  αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) το τρίγωνο  $P\Gamma\Delta$  είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)

β)  $\Gamma A = \Delta B$ . (Μονάδες 8)

γ) η περίμετρος του τριγώνου  $P\Gamma\Delta$  είναι ίση με  $PA + PB$ . (Μονάδες 7)