**ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ (4.3: Πολυωνυμικές Εξισώσεις και Ανισώσεις, Νο1)**

**14955 (ΘΕΜΑ 4)**

Η μέση θερμοκρασία Τ (σε βαθμούς Κελσίου) στην επιφάνεια ενός πλανήτη, μετά από εκατομμύρια χρόνια, έχει εκτιμηθεί ότι είναι .

α) Αποδείξτε ότι 2 εκατομμύρια χρόνια μετά, η μέση θερμοκρασία στον πλανήτη θα είναι μηδέν .

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε τους αριθμούς με ώστε να ισχύει

(Μονάδες 10)

γ) Θεωρούμε ότι μια χρονική περίοδος παγετώνων στον πλανήτη είναι αυτή στην οποία η μέση θερμοκρασία Τ είναι συνεχώς κάτω από μηδέν. Ποιες χρονικές περιόδους θα έχουμε παγετώνες στον πλανήτη; (Μονάδες 10)

**15005 (ΘΕΜΑ 4)**

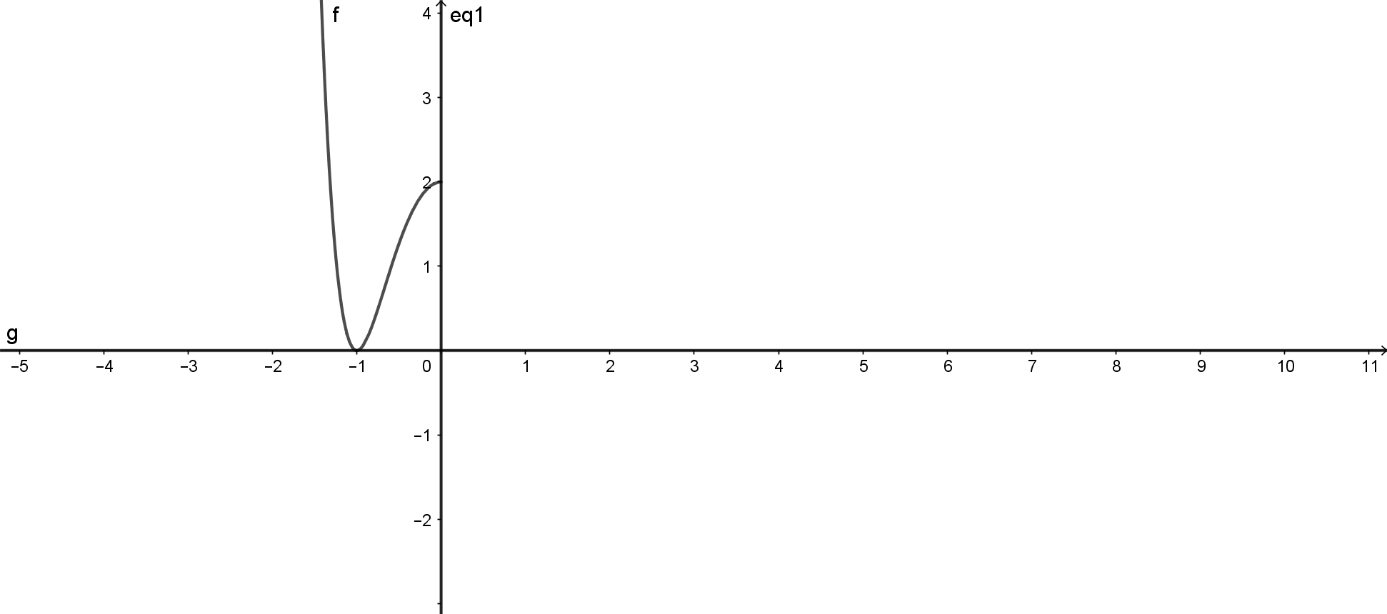
Δίνεται η συνάρτηση .

α) Να αποδείξετε ότι είναι άρτια. (Μονάδες 5)

β) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης με τον άξονα . (Μον 10)

γ) Να συμπληρώσετε στο παρακάτω σχήμα τη γραφική παράσταση της συνάρτησης για

.

 (Μονάδες 4)

δ) Με βάση τη γραφική παράσταση της συνάρτησης , να προσδιορίσετε τα διαστήματα στα οποία η είναι γνησίως αύξουσα και τα διαστήματα στα οποία η είναι γνησίως φθίνουσα. (Μονάδες 6)

**15040 (ΘΕΜΑ 2)**

Δίνεται η εξίσωση .

α) Να εξετάσετε αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα της. (Μονάδες 5)

β) Με τη βοήθεια του σχήματος Horner ή με όποιο άλλο τρόπο θέλετε, να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης



και να γράψετε την ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης. (Μονάδες 10)

γ) Να λύσετε την εξίσωση . (Μονάδες 10)

**15047 (ΘΕΜΑ 2)**

Δίνεται το πολυώνυμο .

α) Να αποδείξετε ότι ο αριθμός 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου. (Μονάδες 10)

β) Να εξετάσετε αν το πολυώνυμο έχει και άλλη ακέραια ρίζα. (Μονάδες 15)

**15066 (ΘΕΜΑ 4)**

Θεωρούμε το πολυώνυμο .

α) Να αποδείξετε ότι:

1. Ο αριθμός 0 δεν είναι ρίζα του.
2. Αν ο αριθμός ρ είναι ρίζα του, τότε και ο αριθμός  είναι επίσης ρίζα του.

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε ένα θετικό ακέραιο αριθμό που να είναι ρίζα του. (Μονάδες 5)

γ) Να λύσετε την εξίσωση . (Μονάδες 7)

δ) Να λύσετε την ανίσωση . (Μονάδες 5)

**15094 (ΘΕΜΑ 4)**

Το διάστημα σε μέτρα που έχει διανύσει ένα κινητό τη χρονική στιγμή σε δευτερόλεπτα, δίνεται από τη σχέση:

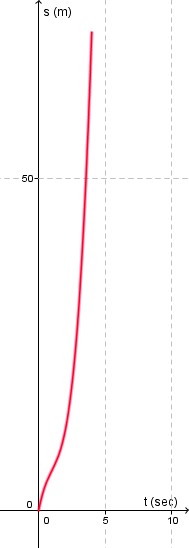
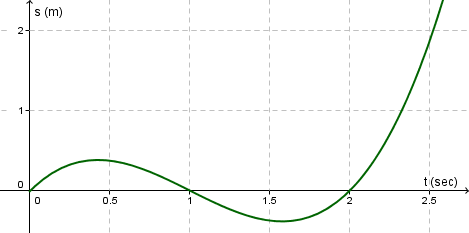
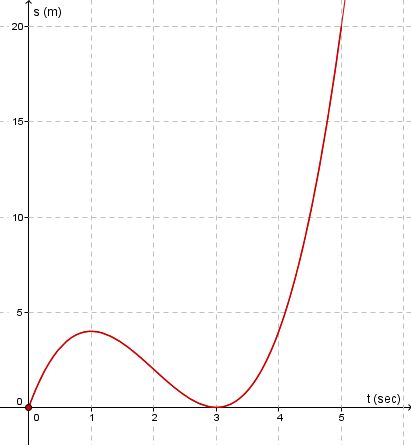
α) Να βρείτε το διάστημα που έχει διανύσει το κινητό τις χρονικές στιγμές και . (Μονάδες 03)

β) Να βρείτε πόσο χρόνο χρειάζεται το κινητό για να διανύσει απόσταση *30* μέτρων. (Μονάδες 10)

γ) Επειδή το εκφράζει το διάστημα που διανύει το κινητό, θα πρέπει να είναι πάντα μη αρνητικό. Να αποδείξετε αλγεβρικά αυτόν τον ισχυρισμό. (Μονάδες 08)

δ) Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις τριών πολυωνύμων . Μία από αυτές εκφράζει το διάστημα της εκφώνησης. Να βρείτε ποια από τις τρεις είναι αυτή, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

(Μονάδες 04)



(Ι) (ΙΙ) (III)

**15174 (ΘΕΜΑ 4)**

Δίνονται τα πολυώνυμα και . Το υπόλοιπο της διαίρεσης του με το , είναι το πολυώνυμο .

α) Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού *.* (Μονάδες 8)

β) Για ,

1. να υπολογίσετε το υπόλοιπο της διαίρεσης του με το

(Μονάδες 2)

1. να βρείτε τα σημεία τομής του άξονα με την γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης .

(Μονάδες 8)

1. να βρείτε τις τιμές του για τις οποίες, η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης βρίσκεται κάτω από τον άξονα .

(Μονάδες 7)

**15175 (ΘΕΜΑ 2)**

Δίνεται το πολυώνυμο .

α) Να αποδείξετε ότι το είναι μία ρίζα του πολυωνύμου. (Μονάδες 5)

β) Να αποδείξετε ότι . (Μονάδες 10)

γ) Να λύσετε την εξίσωση . (Μονάδες 10)

**15176 (ΘΕΜΑ 2)**

Δίνεται το πολυώνυμο .

α) Να αποδείξετε ότι το είναι παράγοντας του πολυωνύμου. (Μονάδες 12)

β) Αν , να βρείτε για ποιες τιμές του είναι . (Μονάδες 13)

**15246 (ΘΕΜΑ 2)**

Δίνεται το πολυώνυμο .

α) Να παραγοντοποιήσετε το . (Μονάδες 10)

β) Αν  να λύσετε την ανίσωση . (Μονάδες 15)

**15247 (ΘΕΜΑ 2)**

Δίνεται το πολυώνυμο .

α) Να παραγοντοποιήσετε το . (Μονάδες 10)

β) Αν  να λύσετε την ανίσωση . (Μονάδες 15)

**15248 (ΘΕΜΑ 2)**

Ένα πολυώνυμο  διαιρούμενο με το πολυώνυμο  δίνει πηλίκο  και υπόλοιπο 1.

α) Να βρείτε το πολυώνυμο . (Μονάδες 12)

β) Αν 

i. να αποδείξετε ότι το  έχει ρίζα το 1 και γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης .

(Μονάδες 7)

ii. να λύσετε την εξίσωση .

(Μονάδες 6)

**15250 (ΘΕΜΑ 4)**

Δίνεται το πολυώνυμο  το οποίο διαιρούμενο με το  δίνει υπόλοιπο .

α) Να κάνετε τη διαίρεση . (Μονάδες 7)

β) Να βρείτε τις τιμές των  και . (Μονάδες 7)

γ) Έστω και . Αν το πηλίκο της διαίρεσης  είναι το , τότε:

i. να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης .

(Μονάδες 4)

ii. να λύσετε την ανίσωση .

(Μονάδες 7)

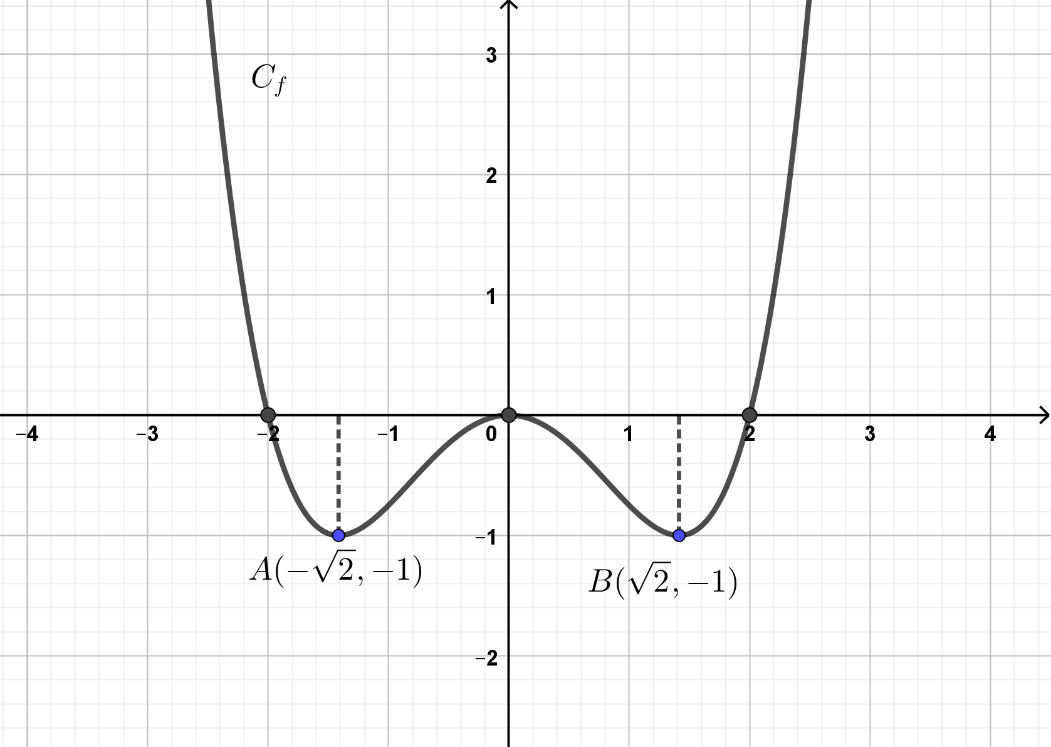
**15349 (ΘΕΜΑ 2)**

Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης με πεδίο ορισμού το , όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Να αιτιολογήσετε γιατί η συνάρτηση είναι άρτια. (Μονάδες 7)

β) Αν γνωρίζετε ότι τα σημεία Α και ( ανήκουν στη γραφική παράσταση της να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης . (Μονάδες 8)

γ) Να λύσετε γραφικά την εξίσωση (Μονάδες 10)



**15431 (ΘΕΜΑ 4)**

α) Δίνεται το πολυώνυμο , με .

1. Αν το πολυώνυμο έχει παράγοντα το και το υπόλοιπο της διαίρεσής του με είναι , να δείξετε ότι:

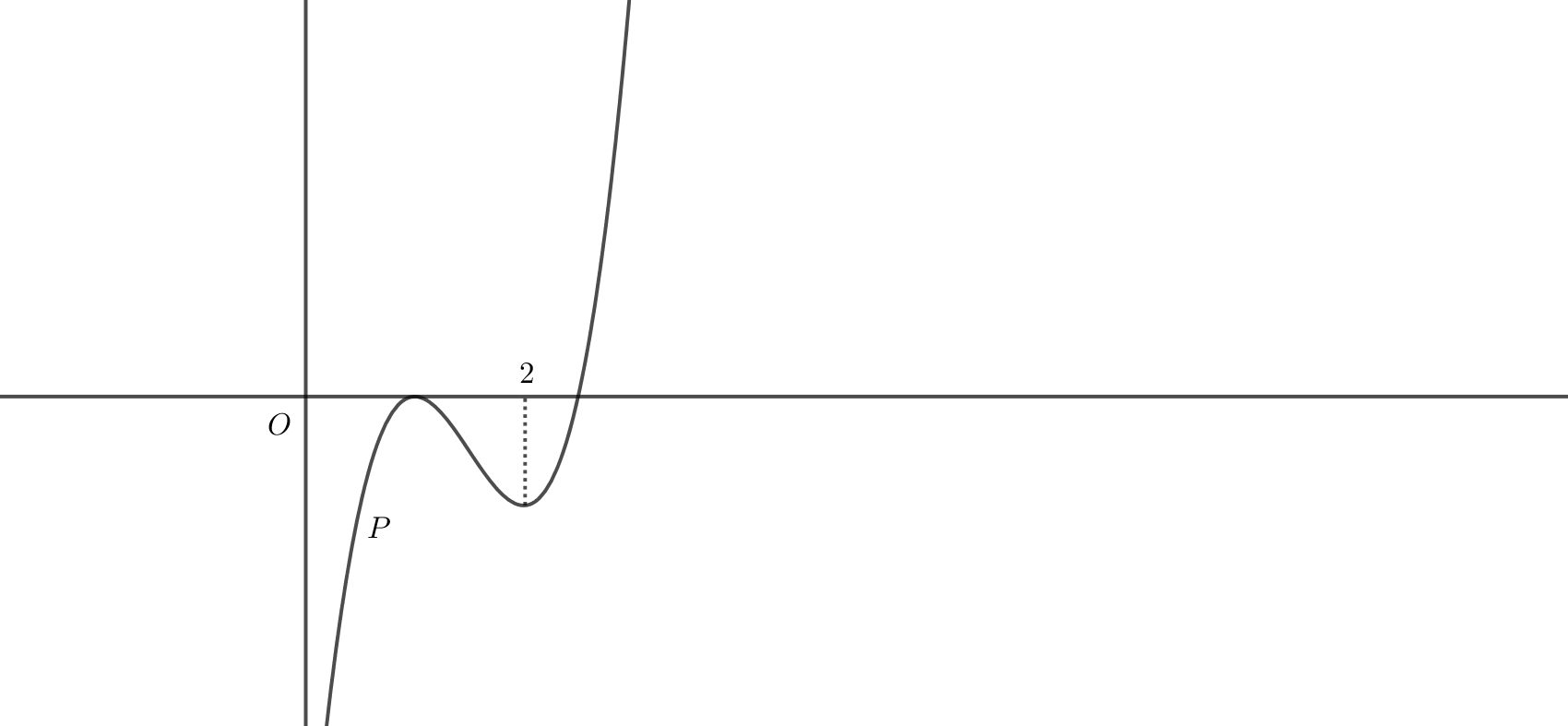
(Μονάδες 6)

1. Να δείξετε ότι και .

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε τις τιμές του , για τις οποίες η γραφική παράσταση της συνάρτησης  
είναι κάτω από τον άξονα . (Μονάδες 10)

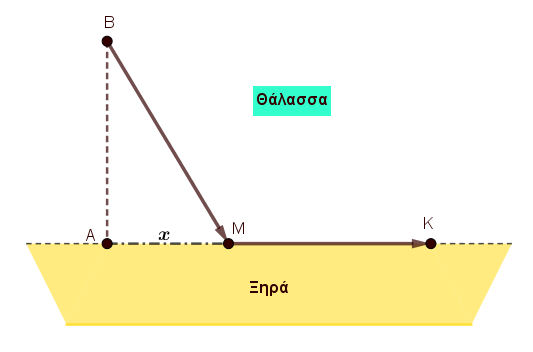
γ) Αν η γραφική παράσταση της είναι η ακόλουθη, να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της. (Μον 4)



**15436 (ΘΕΜΑ 4)**

Ένας κολυμβητής βρίσκεται στη θάλασσα, στο σημείο σε απόσταση από το κοντινότερο σημείο μιας ευθύγραμμης ακτής. Ο προορισμός του είναι ένα σημείο της ακτής, το οποίο απέχει από το . Η διαδρομή που κάνει είναι η κολυμπώντας στη θάλασσα με σταθερή ταχύτητα και η τρέχοντας στην ακτή με σταθερή ταχύτητα *.*

Γνωρίζουμε ότι η σχέση μεταξύ του διαστήματος που διανύεται, της ταχύτητας και του αντίστοιχου χρόνου κίνησης , είναι .



Αν το σημείο απέχει από το απόσταση , τότε:

α) Να αποδείξετε ότι . (Μονάδες 5)

β) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση που εκφράζει τον χρόνο κίνησης (σε ) του κολυμβητή – δρομέα ως προς την απόσταση είναι η:

(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε τη θέση του σημείου *Μ* της ακτής, έτσι ώστε ο χρόνος της διαδρομής του κολυμβητή – δρομέα να είναι ώρες. (Μονάδες 10)

**15618 (ΘΕΜΑ 2)**

α) Να γράψετε το πολυώνυμο ως γινόμενο ενός πρωτοβάθμιου και ενός δευτεροβάθμιου πολυωνύμου. (Μονάδες 10)

β) Να λύσετε την εξίσωση (Μονάδες 15)

**15653 (ΘΕΜΑ 2)**

Δίνεται το πολυώνυμο .

α)

i. Να κάνετε τη διαίρεση του  με το  .

(Μονάδες 8)

ii. Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης .

(Μονάδες 5)

β) Aν , να λύσετε την ανίσωση . (Μονάδες 12)

**15654 (ΘΕΜΑ 2)**

Δίνεται το πολυώνυμο  .

α) Να δείξετε ότι το  είναι παράγοντας του . (Μονάδες 12)

β) Να λύσετε την εξίσωση . (Μονάδες 13)

**15674 (ΘΕΜΑ 2)**

Δίνεται το πολυώνυμο .

α) Να κάνετε τη διαίρεση  και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης. (Μονάδες 10 )

β) Αν  να λύσετε την ανίσωση . (Μονάδες 15 )

**15677 (ΘΕΜΑ 4)**

Δίνεται το πολυώνυμο , όπου .

α) Να βρείτε τις τιμές των , αν είναι γνωστό ότι το  διαιρείται με το πολυώνυμο .

(Μονάδες 8)

β) Για 

i. Να κάνετε τη διαίρεση  και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης.

(Μονάδες 8)

ii. Αν  να λύσετε την εξίσωση .

(Μονάδες 9)

**15695 (ΘΕΜΑ 2)**

Δίνεται το πολυώνυμο .

α) Να βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του με το και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης. (Μονάδες 13)

β) Να λύσετε την εξίσωση . (Μονάδες 12)

**15790 (ΘΕΜΑ 4)**

Δίνονται οι συναρτήσεις  και  με πεδίο ορισμού το .

α) Να δείξετε ότι  και  για κάθε  (Μονάδες 7)

β) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται μέρος των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων  και .

Αφού μεταφέρετε το σχήμα στην κόλλα σας, να συμπληρώσετε τις γραφικές παραστάσεις σε όλο το . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 6)

γ) Να λύσετε , αλγεβρικά ή γραφικά:

i. την εξίσωση .

(Μονάδες 6)

ii. την ανίσωση.

(Μονάδες 6)

**15960 (ΘΕΜΑ 4)**

Δίνεται η συνάρτηση , με .

α) Να βρείτε την τιμή του για την οποία , για κάθε . (Μονάδες 6)

β) Για

1. να δείξετε ότι η συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα ,

(Μονάδες 6)

1. να δείξετε ότι για κάθε ,

(Μονάδες 6)

1. να βρείτε τα για τα οποία η γραφική παράσταση της βρίσκεται κάτω από τον άξονα .

(Μονάδες 7)

**15989 (ΘΕΜΑ 2)**

Δίνεται το πολυώνυμο

α) Δίνεται ότι το πολυώνυμο έχει μοναδική ακέραια ρίζα. Να προσδιορίσετε τη μοναδική ακέραια ρίζα του πολυωνύμου

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε όλες τις ρίζες του και να το γράψετε ως γινόμενο πρωτοβαθμίων παραγόντων.

(Μονάδες 13)