

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ 2 – ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η παραβολή $C: y^2 = \alpha \cdot x$ η οποία διέρχεται από το σημείο $M(16, \alpha + 4)$.

- α) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 4$. (Μονάδες 5)
- β) Να βρείτε την εστία E και τη διευθετούσα δ της παραβολής. (Μονάδες 7)
- γ) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ε_1 της παραβολής C η οποία είναι παράλληλη στην ευθεία $\varepsilon_2: -x + 2y + 4 = 0$. (Μονάδες 7)
- δ) Να βρείτε την εξίσωση κύκλου C_1 με κέντρο την κορυφή της παραβολής C ο οποίος εφάπτεται στην ευθεία ε_1 του ερωτήματος γ). (Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η παραβολή $y^2 = 4x$ και $M(x_0, y_0), y_0 > 0$, ένα σημείο της.

- α) Αν A είναι η προβολή του M στη διευθετούσα της παραβολής,
- i. Να εκφράσετε τις συντεταγμένες των σημείων M και A συναρτήσει της τεταγμένης y_0 του σημείου M . (Μονάδες 05)
- ii. Αν E είναι η εστία της παραβολής, να βρείτε το σημείο M για το οποίο
- $$(MAE) = \frac{5}{8} \text{ τ.μ.} \quad (\text{Μονάδες 12})$$
- β) Αν $M(\frac{1}{4}, 1)$ και ε η εφαπτομένη της παραβολής στο σημείο M , να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AMEM'$ είναι ρόμβος, όπου E είναι η εστία της παραβολής και M' το σημείο που η ευθεία ε τέμνει τον άξονα $x'x$. (Μονάδες 08)

ΘΕΜΑ 4

Το κέντρο K ενός κύκλου (c) βρίσκεται στο πρώτο τεταρτημόριο και είναι σημείο της ευθείας $(\varepsilon): y = 2x - 1$. Ο κύκλος (c) έχει ακτίνα $\rho = 3\sqrt{2}$ και η ευθεία $(\zeta): x + y - 2 = 0$ εφάπτεται στον κύκλο στο σημείο A .

- α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση του κύκλου (c) είναι $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 18$. (Μονάδες 09)
- β) Να αποδείξετε ότι:
- i. Η εξίσωση της ευθείας KA είναι $x - y + 2 = 0$. (Μονάδες 05)
- ii. Οι συντεταγμένες του A είναι $(0, 2)$. (Μονάδες 04)
- γ) Να υπολογισθεί το εμβαδόν του τριγώνου ALM , όπου M και L είναι τα σημεία τομής της ευθείας (ε) με τον κύκλο (c) . (Μονάδες 07)

ΘΕΜΑ 4

Η υπερβολή C έχει εστίες τα σημεία $E(5,0), E'(-5,0)$ και διέρχεται από το σημείο $M(5, \frac{9}{4})$.

α) Να αποδείξετε ότι έχει εκκεντρότητα $\frac{5}{4}$. (Μονάδες 7)

β) Να βρείτε την εξίσωση της C . (Μονάδες 6)

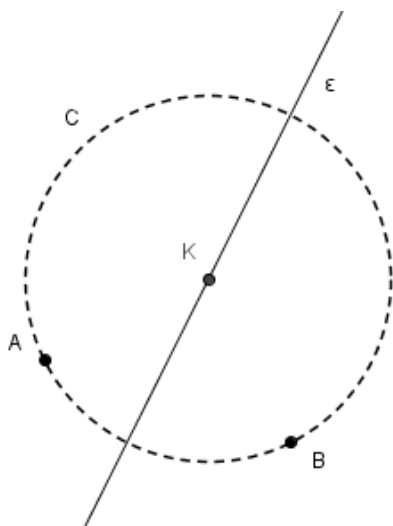
γ) Να βρείτε την εξίσωση της διχοτόμου της γωνίας $\widehat{EME'}$. (Μονάδες 6)

δ) Να βρείτε το συνημίτονο της οξείας γωνίας που σχηματίζουν οι ασύμπτωτές της. (Μονάδες 6)

Δίνεται ότι $\sqrt{1681} = 41$.

ΘΕΜΑ 4

Τα σημεία $A(3, 2)$ και $B(6, 1)$ βρίσκονται πάνω σε έναν κύκλο C από το κέντρο K του οποίου διέρχεται η ευθεία $\epsilon: y = 2x - 7$. Να βρείτε:



α) τις συντεταγμένες του κέντρου K του κύκλου C . (Μονάδες 12)

β) την ακτίνα R του κύκλου C . (Μονάδες 8)

γ) την εξίσωση του κύκλου C . (Μονάδες 5)