

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ 1 – ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

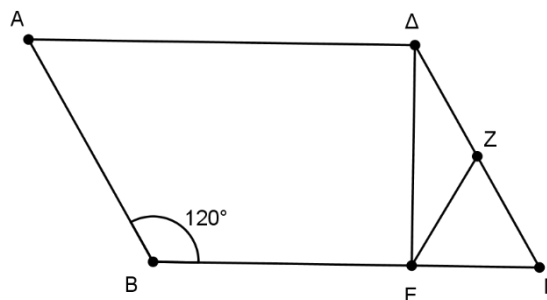
ΘΕΜΑ 2

Σε παραλληλόγραμμο $ABΓΔ$ είναι $\widehat{B} = 120^\circ$ και $ΔΕ \perp ΒΓ$. Έστω EZ η διάμεσος του τριγώνου $ΔΕΓ$.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{A}$ και $\widehat{\Gamma}$ του παραλληλογράμμου. (Μονάδες 8)

β) Αν K είναι το μέσο της πλευράς AB , να αποδείξετε ότι $EZ = AK$. (Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε τη γωνία $E\widehat{Z}\Gamma$. (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ τέτοιο, ώστε $A\Gamma < AB$. Στην πλευρά AB θεωρούμε σημείο Δ τέτοιο ώστε $A\Delta = A\Gamma$ και στην προέκταση της BA (προς το A) θεωρούμε σημείο E τέτοιο ώστε $AE = A\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

α) τα τμήματα $\Delta\Gamma$ και $E\Gamma$ είναι κάθετα μεταξύ τους, (Μονάδες 12)

β) η γωνία $E\widehat{A}\Gamma$ είναι διπλάσια της γωνίας $A\widehat{\Delta}\Gamma$. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ και M το μέσο της $B\Gamma$. Προεκτείνουμε τη διάμεσο AM κατά τμήμα $M\Delta = MA$.

Από το A φέρουμε παράλληλη προς τη $B\Gamma$ η οποία τέμνει την προέκταση της $\Delta\Gamma$ στο σημείο E .

Να αποδείξετε ότι:

α) το τετράπλευρο $AB\Delta\Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο, (Μονάδες 12)

β) $BM = \frac{AE}{2}$. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$).

α) Να αποδείξετε ότι τα μέσα Δ και E των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, ισαπέχουν από τη βάση $B\Gamma$.

(Μονάδες 13)

β) Αν $\widehat{A} = 75^\circ + \widehat{B}$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

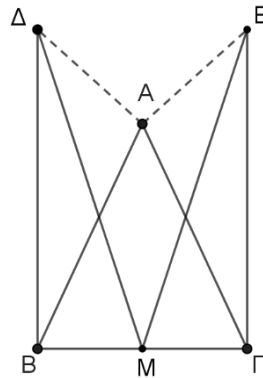
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Στα σημεία B και Γ της $B\Gamma$ φέρουμε προς το ίδιο μέρος της $B\Gamma$, τα τμήματα $BD \perp B\Gamma$ και $GE \perp B\Gamma$ τέτοια ώστε $BD=GE$. Αν M είναι το μέσο της $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα BDM και GEM είναι ίσα,

(Μονάδες 12)

β) $AD=AE$.

(Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 2

Στο τραπέζιο του παρακάτω σχήματος έχουμε $AB=AD=\frac{\Gamma\Delta}{2}$, $\hat{A} = 60^\circ$ και M το μέσο της πλευράς $\Gamma\Delta$.

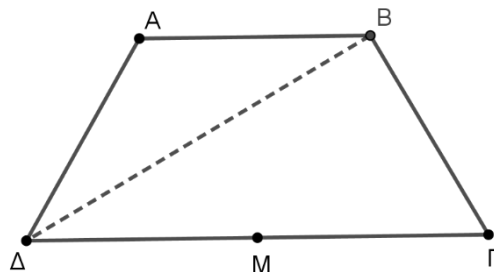
Να αποδείξετε ότι:

α) η διαγώνιος DB του τραpezίου είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$,

(Μονάδες 9)

β) η BM χωρίζει το τραπέζιο σε ένα ρόμβο και ένα ισόπλευρο τρίγωνο.

(Μονάδες 16)



ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) με $AB=8$ και $\Delta\Gamma=12$. Αν AH και $B\Theta$ είναι τα ύψη του τραpezίου $AB\Gamma\Delta$,

α) να αποδείξετε ότι $DH = \Theta\Gamma$.

(Μονάδες 12)

β) να υπολογίσετε τη διάμεσο του τραpezίου.

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και AD η διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$. Από το σημείο D φέρουμε την παράλληλη προς την AB που τέμνει την $A\Gamma$ στο E .

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $E\Delta\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

(Μονάδες 9)

β) Να υπολογίσετε τη γωνία $A\hat{D}E$.

(Μονάδες 9)

γ) Αν η γωνία $\hat{B}$ είναι 20° μεγαλύτερη της γωνίας $\hat{\Gamma}$, να υπολογίσετε τη γωνία $E\hat{D}\Gamma$.

(Μον 7)

ΘΕΜΑ 2

Έστω ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ και τα σημεία N και K των AB και $\Delta\Gamma$ αντίστοιχα, τέτοια ώστε $AN = K\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα $AN\Delta$ και $B\Gamma K$ είναι ίσα, (Μονάδες 12)

β) το τετράπλευρο $NBK\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $\hat{B}=60^\circ$. Φέρουμε τα ύψη AE και BZ του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ που αντιστοιχούν στην ευθεία $\Delta\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

α) $\Gamma Z = \frac{A\Delta}{2}$, (Μονάδες 8)

β) το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ίσο με το τρίγωνο $B\Gamma Z$, (Μονάδες 9)

γ) το τετράπλευρο $ABZE$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 2

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{B} > \hat{\Gamma}$ φέρουμε το ύψος του $A\Delta$ και την διάμεσο AM στην πλευρά $B\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

α) οι γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma A \Delta}$ είναι ίσες, (Μονάδες 12)

β) $\hat{A M \Delta} = 2 \cdot \hat{\Gamma}$. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$. Θεωρούμε σημείο E στην προέκταση της BA (προς το A) και σημείο Δ στο εσωτερικό της πλευράς $A\Gamma$, ώστε $AE=A\Delta$.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $A\Delta E$. (Μονάδες 10)

β) Αν Z είναι το σημείο τομής της προέκτασης της $E\Delta$ (προς το Δ) με την $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι η EZ είναι κάθετη στην $B\Gamma$. (Μονάδες 15)

