

ΥΠΕΡΒΟΛΗ. ΑΜΗ ΜΙΑ ΚΟΝΙΚΗ ΤΟΜΗ. ΟΧΙ ΕΥΝΑΡΤΗΣΗ.

Ορισμός: Υπερβολή με εστίες τα σημεία E, E' είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου των οποίων η απόλυτη τιμή της διαφοράς των αποστάσεων από τα E, E' είναι σταθερή $= 2a$ κ' μικρότερη από $(EE') = 2c$

Το βιβλίο έχει υπερβολές που οι εστίες E, E' βρίσκονται πάνω στους άξονες.

Α) $E(-c, 0), E(c, 0)$ ή $E'(0, -c), E(0, c)$.

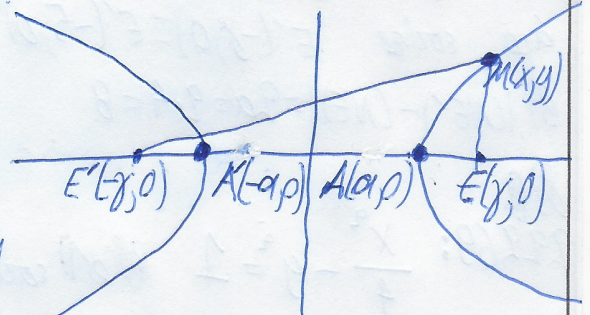
Ο λεγόμενος ορισμός της υπερβολής που δώσαμε, με μαθηματικό τρόπο γράφεται ως εξής:

1) $(EE') = 2c$ 2) $|ME' - ME| = 2a < 2c$.

Τα A, A' λέγονται κορυφές της υπερβολής. $(AA') = 2a$

Από τον ορισμό έχουμε $|ME' - ME| = 2a \Rightarrow$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{με} \quad b^2 = c^2 - a^2 \quad \text{εστίες} \quad x'x.$$



χρηρ
ανάλυση

Ενώ αν κάνω την ίδια διαδικασία έχοντας τις εστίες στον $y'y$ έχω

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \quad \text{με} \quad b^2 = c^2 - a^2 \quad \text{εστίες} \quad y'y.$$

Αντίστοιχες εστίες της υπερβολής. (Η ασύμπτωτη έχει διδαχθεί στην γενική περίπτωση).

$$y = \frac{b}{a} \cdot x \quad \text{κ'} \quad y = -\frac{b}{a} \cdot x \quad \text{εστίες} \quad x'x. \quad \text{ή} \quad y = \pm \frac{b}{a} \cdot x.$$

$$y = \frac{a}{b} \cdot x \quad \text{κ'} \quad y = -\frac{a}{b} \cdot x \quad \text{εστίες} \quad y'y. \quad \text{ή} \quad y = \pm \frac{a}{b} \cdot x.$$

ως εκκεντρότητα υπερβολής ορίζουμε το εκκεντρότητα $\boxed{e = \frac{c}{a}}$

Εφαρμογές υπερβολής. Όπως ήταν αναμενόμενο ο τύπος για σημείο $M(x_0, y_0)$ στην υπερβολή που ανήκει είναι

$$\frac{x \cdot x_0}{a^2} - \frac{y \cdot y_0}{b^2} = 1 \quad \text{εστίες} \quad x'x.$$

$$\frac{y \cdot y_0}{a^2} - \frac{x \cdot x_0}{b^2} = 1 \quad \text{εστίες} \quad y'y.$$

Για την υπερβολή στο τέλος της η/έρας θα πρέπει να ξέρω ότι έχω είναι σε ζευγάρι χωνάκι σε αυτό το φυλλάδιο. Καθώς κ' να μπορώ να απαντήσω στα εξής ερωτήματα:

- 1) Να σχεδιάσετε υπερβολή
- 2) Βρείτε εξίσωση υπερβολής
- 3) Βρείτε εστίες
- 4) Βρείτε ασύμπτωτες
- 5) Βρείτε κορυφές
- 6) Βρείτε εκκεντρότητα
- 7) Βρείτε εξ. εφαπτόμενη και σε σημείο που ανήκει στην υπερβολή.
- 8) Βρείτε εξ. εφαπτόμενη σε σημείο που διέρχεται από εξωτερικό σημείο.

Τ.Θ. ~~ΕΙΣΤΟΥΣ~~ ΑΚΟΛΟΥΘΟΥΣ ΚΟΔΙΚΟΥΣ ΛΥΝΟΝΤΑΙ ΟΛΑ ΤΑ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΑ ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ. ΕΚΤΟΣ ΑΠΟ ΤΟ Β). 99566, 99969, 16198, 91651

16198: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. α) Βρείτε εστίες β) $|(NE') - (NE)| = ?$; $\text{λε } N$ τυχαίο σημείο της C .
 γ) $\text{έχει ιδιότητα την } C$.

Λύση: $\frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1$. Άρα $a=4, b=3$ άρα $b^2 = c^2 - a^2 \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c^2 = 16+9 \Rightarrow c=5$.

α) εστίες $E'(-c,0) \equiv E'(-5,0)$ κ' $E(c,0) \equiv E(5,0)$.

β) $|(NE') - (NE)| = 2a = 2 \cdot 4 = 8$.



99969: $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ α) εστίες α2) εκκεντρότητα α3) ασύμπτωτες β) εφαπτομένη στο $A(-\sqrt{5}, \frac{1}{2})$ $\text{λε } A \in C$.

Λύση: $\frac{x^2}{2^2} - \frac{y^2}{1^2} = 1$ άρα $a=2, b=1$ άρα $b^2 = c^2 - a^2 \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c = \sqrt{5}$.
 Άρα $E'(-c,0) \equiv E'(-\sqrt{5},0)$ κ' $E(c,0) \equiv E(\sqrt{5},0)$.

α2) $e = c/a = \sqrt{5}/2$ α3) $y = \pm \frac{b}{a} \cdot x \Rightarrow y = \pm \frac{1}{2} \cdot x$.

β) $\frac{x \cdot x_0}{4} - \frac{y \cdot y_0}{1} = 1$. εδώ έχω $A(x_0, y_0) \equiv A(\sqrt{5}, 1/2)$ άρα
 $\frac{\sqrt{5} \cdot x}{4} - \frac{y/2}{1} = 1 \Rightarrow \sqrt{5} \cdot x - 2y = 4$.

91651: Έστω υπερβολή C $\text{λε } E'(-5,0)$ κ' $E(5,0)$ που διέρχεται από $A(4,0)$.
 α) Νόο $e=5/4$ β) βρείτε C . γ) βρείτε εφαπτομένη στο $M(5, 9/4)$.

Λύση: έχω εστίες στον x - x . (το παρατηρώ από τα E', E που το y τους είναι 0).
 άρα έχω $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. κ' διέρχεται από A . Διότ' το A την επαίληθώνει.

άρα $\frac{4^2}{a^2} - 0 = 1 \Rightarrow a=4$. από τις εστίες έχω $c=5$. Άρα $b^2 = c^2 - a^2 \Rightarrow b^2 = 25 - 16 \Rightarrow b=3$.

άρα $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Επίσης $e = c/a = 5/4$. είναι η εφαπτομένη.

99566: $4x^2 - y^2 = 4$ α) Νόο κορυφές το $A'(-1,0), A(1,0)$. β) Νόο ασύμπτωτες $y = \pm 2x$.

Λύση: $4x^2 - y^2 = 4 \xrightarrow{\text{δια } 4} x^2 - \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{1^2} - \frac{y^2}{2^2} = 1$ άρα $a=1, b=2$.

άρα $A'(-a,0) \equiv A'(-1,0)$ κ' $A(a,0) \equiv A(1,0)$

β) Ασύμπτωτες: $y = \pm \frac{b}{a} \cdot x \Rightarrow y = \pm \frac{2}{1} \cdot x \Rightarrow y = \pm 2x$.

Μας φέρει ~~απλά~~ εφαπτομένη από εστιακό σημείο.

Quote of the day: Sometimes it is the people no one can imagine anything of, who do the things that no one can imagine.