

ΦΥΛΛΑΔΙΟ 1

Άσκηση 1

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Με αρχή το B φέρνουμε τα διανύσματα:

$$\overrightarrow{B\Delta} = \overrightarrow{A\Gamma} \quad \text{και} \quad \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AA}$$

Να αποδείξετε ότι το Δ είναι μέσο του $E\Gamma$.

Άσκηση 2

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και έστω M το μέσο της πλευράς $B\Gamma$. Με αρχή το M θεωρούμε το διάνυσμα $\overrightarrow{M\Delta} = -\overrightarrow{AB}$. Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\overrightarrow{A\Delta}$ και $\overrightarrow{M\Gamma}$ είναι αντίθετα.

Άσκηση 3

Θεωρούμε ένα ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ και ένα σημείο Δ της πλευράς $B\Gamma$, διαφορετικό των B και Γ .

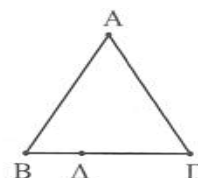
α) Να βρείτε τις γωνίες:

i) $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A\Gamma})$

ii) $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{B\Gamma})$

iii) $(\overrightarrow{B\Delta}, \overrightarrow{\Delta\Gamma})$

iv) $(\overrightarrow{B\Gamma}, \overrightarrow{\Gamma\Delta})$



Άσκηση 4

Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ και O το σημείο τομής των διαγωνίων του. Να βρείτε τις γωνίες:

α. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A\Gamma})$

β. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{O\Delta})$

γ. $(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{\Delta B})$

δ. $(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{A\Gamma})$

ε. $(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{BO})$

Άσκηση 5

Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ στο διπλανό σχήμα είναι παραλληλόγραμμο. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω ισότητες με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ).

α. $\overrightarrow{A\Delta} \uparrow \overrightarrow{B\Gamma}$

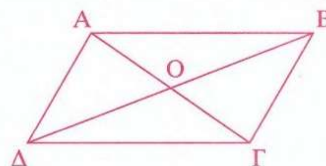
β. $\overrightarrow{OB} \uparrow \overrightarrow{O\Delta}$

γ. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{\Gamma\Delta}$

δ. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{O\Gamma}$

ε. $\overrightarrow{\Delta A} = \overrightarrow{\Gamma B}$

στ. $\overrightarrow{O\Delta} = \overrightarrow{BO}$



ζ. $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{O\Gamma}|$

Άσκηση 6

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα σημεία Δ, E ώστε $\overrightarrow{B\Delta} = \overrightarrow{\Gamma A}$ και $\overrightarrow{\Gamma E} = \overrightarrow{BA}$. Να αποδείξετε ότι το A είναι το μέσον του ΔE .

Άσκηση 7

Έστω M το μέσον της πλευράς AB ενός τριγώνου $AB\Gamma$. Με αρχή το M γράφουμε τα διανύσματα $\overrightarrow{M\Delta} = \overrightarrow{B\Gamma}$ και $\overrightarrow{ME} = -\overrightarrow{A\Gamma}$. Να δείξετε ότι το A είναι το μέσον του ΔE .

Άσκηση 8

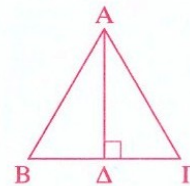
Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ και $A\Delta$ το ύψος του. Να βρείτε τις γωνίες:

α. $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{B\Gamma})$

β. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{\Gamma A})$

γ. $(\overrightarrow{B\Gamma}, \overrightarrow{\Delta A})$

δ. $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{A\Delta})$



ΦΥΛΛΑΔΙΟ 2

Άσκηση 1

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και Δ , E , Z , τυχαία σημεία του επιπέδου.

Να υπολογίσετε το άθροισμα: $\vec{B\Delta} + \vec{EZ} + \vec{\Delta A} + \vec{BE} + \vec{Z\Gamma}$

Άσκηση 2

Έστω τα σημεία A , B , Γ , Δ , E . Να βρείτε το άθροισμα $\vec{AB} + \vec{\Gamma\Delta} - \vec{\Gamma B} - \vec{EA}$.

Άσκηση 3

Έστω τα σημεία A , B , Γ , Δ , E . Να αποδείξετε ότι:

$$\vec{AE} + \vec{BA} = \vec{B\Gamma} - \vec{E\Delta} - \vec{\Delta\Gamma}$$

Άσκηση 4

Αν ισχύει $\vec{A\Delta} - \vec{B\Delta} = \vec{\Delta E} - \vec{\Delta\Gamma}$, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ABE\Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο.

Άσκηση 5

Αν για τα σημεία A , B , Γ , Δ , E ισχύει $\vec{AB} - \vec{A\Gamma} = \vec{AB} - \vec{E\Gamma}$, να αποδείξετε ότι τα σημεία Δ , E συμπίπτουν.

Άσκηση 6

Έστω τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$. Να αποδείξετε ότι:

$$|\vec{\alpha} - \vec{\beta}| \leq |\vec{\alpha} - \vec{\gamma}| + |\vec{\beta} - \vec{\gamma}|$$

Άσκηση 7

Αν A , B , Γ , Δ είναι τέσσερα σημεία, να συμπληρώσετε τις ισότητες:

i. $\vec{AB} + \vec{B\Gamma} = \dots$

ii. $\vec{B\Gamma} + \dots = \vec{B\Delta}$

iii. $\vec{AB} - \vec{\Gamma B} = \dots$

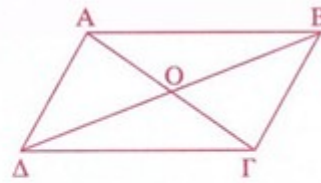
iv. $\vec{BA} + \vec{A\Gamma} + \vec{\Gamma B} = \dots$

v. $\vec{AB} - \vec{A\Delta} = \dots$

vi. $\vec{A\Gamma} + \vec{\Gamma\Delta} + \vec{BA} - \vec{B\Delta} = \dots$

Άσκηση 8

Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:



i. $\vec{AB} + \vec{A\Delta} = \dots$ ii. $\vec{AB} - \vec{A\Delta} = \dots$

iii. $\vec{AB} + \vec{\Gamma\Delta} = \dots$ iv. $\vec{OA} + \vec{O\Gamma} = \dots$

v. $\vec{\Delta O} + \dots = \vec{\Delta\Gamma}$

Άσκηση 9

Δίνεται πεντάγωνο $AB\Gamma\Delta E$. Να βρείτε τα αθροίσματα:

α. $\vec{AB} + \vec{\Gamma\Delta} + \vec{B\Gamma}$

β. $\vec{A\Delta} + \vec{B\Gamma} + \vec{\Delta B} + \vec{A\Gamma} + \vec{E\Delta}$

γ. $\vec{AB} - \vec{\Gamma B} + \vec{\Gamma A}$

δ. $\vec{B\Delta} - \vec{A\Delta} + \vec{E\Gamma} - \vec{B\Gamma} + \vec{A\Gamma}$

Άσκηση 10

Να βρείτε τα αθροίσματα:

α. $\vec{AB} + \vec{MA} + \vec{AK} - \vec{MK} - \vec{AB}$

β. $\vec{OA} + \vec{\Gamma\Delta} - \vec{OB} - \vec{\Gamma B} + \vec{AB}$

Άσκηση 11

Έστω τα σημεία A, B, Γ, Δ . Αν ισχύει $\vec{AM} = \vec{AB} = \vec{M\Delta} - \vec{BA} + \vec{B\Gamma}$, να δείξετε ότι το M είναι το μέσο του $B\Gamma$.

Άσκηση 12

Έστω το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ και το σημείο O , για το οποίο ισχύει:

$$\vec{A\Gamma} + \vec{B\Delta} = \vec{B\Delta} - \vec{\Gamma\Delta}$$

Να αποδείξετε ότι τα σημεία O, A συμπίπτουν.