

ΡΙΖΕΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: ΔΗΜΟΠΟΥΛΟΣ ΔΗΜΟΣ

A1. Βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζονται οι παραστάσεις:

- i. $\sqrt{-x}$ ii. $\sqrt{1-x}$ iii. $\sqrt[5]{3-\frac{1-2x}{2}}$
iv. $\sqrt[3]{1-|x|}$ v. $\sqrt{|x|-3}$ vi. $\sqrt{x+5} + \sqrt{x+3}$
vii. $\sqrt{4-x^2}$ viii. $\sqrt{5-x} - \sqrt[6]{x^6}$ ix. $\sqrt{|x|-5} + \sqrt{13-|x|}$

A2. Δίνεται η παράσταση $A = \sqrt{x-3} + \sqrt{5-x}$.

- i. Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να γράψετε το σύνολο των δυνατών τιμών του x σε μορφή διαστήματος.
ii. Για $x=4$, να αποδείξετε ότι $A^2-3A+2=0$

A3. Δίνεται η παράσταση $A = \sqrt[9]{(x-3)^9}$.

- i. Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να γράψετε το σύνολο των δυνατών τιμών του x , υπό μορφή διαστήματος.
ii. Για $x=6$, να αποδείξετε ότι: $A^2+6A=A^3$

A4. Δίνεται η παράσταση $A = \frac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x-2} + \frac{\sqrt{x^2+6x+9}}{x+3}$.

- i. Να βρεθούν οι τιμές που πρέπει να πάρει το x , ώστε η παράσταση A να έχει νόημα πραγματικού αριθμού.
ii. Αν $-3 < x < 2$, να αποδείξετε ότι η παράσταση A είναι σταθερή, δηλαδή ανεξάρτητη του x .

A5. Δίνονται οι αριθμοί $A = \frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{3}}$ και $B = \frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{3}}$

- i. Να δείξετε ότι

$$A+B = \frac{4\sqrt{2}}{5} \qquad A-B = -\frac{2\sqrt{3}}{5} \qquad A \cdot B = \frac{1}{5}$$

- ii. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $K=A^2-B^2$

A6. Δίνονται οι αριθμοί $A=3+2\sqrt{7}$ και $B=3-2\sqrt{7}$

- i. Να δείξετε ότι $A \cdot B = -19$.
ii. Να υπολογίσετε τους αριθμούς A^2 και B^2 .
iii. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $K = \frac{1}{A^2} + \frac{1}{B^2}$.

ΡΙΖΕΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: ΔΗΜΟΠΟΥΛΟΣ ΔΗΜΟΣ

A7. Να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις με τη μορφή μιας ρίζας:

i. $\sqrt{2\sqrt{2}\sqrt{2}}$

ii. $\sqrt{\alpha\sqrt{\alpha^3}\sqrt{\alpha^2}}$

iii. $\sqrt[4]{2 \cdot \sqrt[3]{2}\sqrt{2}}$

iv. $\sqrt{\frac{1}{\alpha}\sqrt{\frac{1}{\alpha}}\sqrt{\alpha}\sqrt{\alpha}}$

v. $\sqrt{\frac{1}{2}\sqrt[3]{2}\sqrt[4]{\frac{1}{2}}}$

vi. $\sqrt[5]{\alpha^4\sqrt[4]{\alpha^3}\sqrt[3]{\alpha^2}\sqrt{\alpha}}$

A8. Να βρείτε τα εξαγόμενα:

i. $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{2}$

ii. $\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{4}$

iii. $\sqrt{2^3} \cdot \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[4]{2}$

iv. $\sqrt[12]{2^{11}} : \sqrt[4]{2^3}$

v. $\sqrt[13]{3^{11}} : \sqrt[13]{\frac{1}{9}}$

vi. $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{3}$

vii. $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{4}$

viii. $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{27}$

ix. $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{5}$

A9. Δίνονται οι αριθμοί $A = \sqrt[3]{7}$, $B = \sqrt{3}$ και $\Gamma = \sqrt[6]{7}$

i. Να δείξετε ότι $A \cdot B \cdot \Gamma = \sqrt{21}$.

ii. Να συγκρίνετε τους αριθμούς A και B.

A10. Δίνονται οι παραστάσεις $A = \sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{x - 4}$ και $B = \frac{190}{10 + \sqrt{5}}$.

i. Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να γράψετε το σύνολο των δυνατών τιμών του x σε μορφή διαστήματος.

ii. Να αποδείξετε ότι $B = 20 - 2\sqrt{5}$.

iii. Αν $x=4$, να δείξετε ότι $A^2 - A = B$.

A11. Δίνονται οι παραστάσεις $A = \sqrt{(x-3)^2}$ και $B = \sqrt[5]{(3-x)^5}$ όπου x πραγματικός αριθμός.

i. Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A;

ii. Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση B;

iii. Να δείξετε ότι για κάθε $x \leq 3$, ισχύει $A=B$.

iv. Αν $x \leq 3$, να λυθεί η εξίσωση $A + B + d(x, 2) = 1$

A12. Αν $|y| < 3$ και $A = \frac{\sqrt{4y^2 - 24y + 36}}{y-3} + \frac{\sqrt{y^2 + 6y + 9}}{y+3}$ ένας αριθμός.

i. Να αποδείξετε ότι $A = -1$.

ii. Να λυθεί η εξίσωση $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + A = 0$

ΡΙΖΕΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: ΔΗΜΟΠΟΥΛΟΣ ΔΗΜΟΣ

A13. Δίνονται οι αριθμοί $A = \sqrt{28 + 10\sqrt{3}} + \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}$,

$B = \sqrt{a^2 - 4a + 4} + \sqrt{a^2 - 2aB + B^2}$ με $a, B \in \mathbb{R}$ ώστε να ισχύει $B \leq 0$.

i. Να υπολογισθούν οι παρακάτω ταυτότητες $(\sqrt{3} + 5)^2$ και $(\sqrt{5} - 3)^2$

ii. Να απλοποιηθεί ο αριθμός A.

iii. Να αποδείξετε ότι $a = B = 2$.

iv. Να υπολογιστεί η τιμή του αριθμού $\Gamma = \sqrt{a\sqrt{B} - 2} \cdot \sqrt{a\sqrt{B} + 2}$.

A14. Δίνονται οι αριθμοί $A = \sqrt{2 + \frac{\sqrt{11}}{3}} - \sqrt{2 - \frac{\sqrt{11}}{3}}$ και $B = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} - \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$

i. Να αποδείξετε ότι $A > 0$ και $B < 0$

ii. Να βρείτε το A^2 και το B^2

iii. Να δείξετε ότι $A = \sqrt{\frac{2}{3}}$ και $B = -2\sqrt{2}$

A15. Δίνονται οι αριθμοί $A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ και $y = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$

i. Να δείξετε ότι $A=4$.

ii. Να λύσετε την εξίσωση $|x+A|=|x-2A|$ αλγεβρικά και γεωμετρικά.

iii. Να υπολογίσετε την τιμή του $y + \frac{1}{y}$ και στη συνέχεια του $y^2 + \frac{1}{y^2}$