

126. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = x^2 + \lambda x + \lambda - 5$.

- i) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει δύο λύσεις πραγματικές και άνισες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.
- ii) Να βρείτε την τιμή του λ , ώστε για τις ρίζες x_1 και x_2 της εξίσωσης $f(x) = 0$ να ισχύει: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{2}$
- iii) Για την τιμή του λ που βρήκατε στο ερώτημα (ii), να λύσετε τις ανισώσεις
 - α) $f(x+2) + f(x) > -2$
 - β) $\frac{f(x-1)}{f(x)-2} \leq 1$

124. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 2x-3, & \alpha \nu x \in (-5, -1) \\ x^2-x, & \alpha \nu x \in [1, 4) \\ 4x-12, & \alpha \nu x \in [4, 8) \end{cases}$

- i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού A της f.
- ii) Να λύσετε τις εξισώσεις:
 - α) $|f(5) - |x + f(0)|| = f(2)$
 - β) $x^2 + f(-1) \cdot |x| + f(3) = 0$
 - γ) $x^{f(4)} + [f(-4) + f(3)] \cdot x^2 + f(4) = f(1)$

119. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{x^2 - 2|x| + 1}{x^2 - 1}$

- i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού A της f.
- ii) Να δείξετε ότι για κάθε $x \in A$, $f(x) = \frac{|x|-1}{|x|+1}$
- iii) Να λύσετε την εξίσωση: $f(x) = \frac{1}{3}$
- iv) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) < 2^{-1}$

82. Σε μια κοινότητα όλοι οι καταναλωτές νερού πληρώνουν 6 € πάγιο κάθε μήνα, ανεξαρτήτως αν καταναλώνουν ή όχι νερό. Για τα πρώτα 12 m³ νερού πληρώνουν 0,60€/ m³. Για κάθε m³ επιπλέον από τα 12 m³ πληρώνουν 0,80€/ m³. Να βρεθεί συνάρτηση $y=f(x)$ που να δίνει το κόστος (y) του νερού, αν σε έναν μήνα καταναλωθούν x m³ νερό.

76. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + a$ για την οποία ισχύει $f(-3)=6$.

- i) Να βρείτε τον αριθμό a
- ii) Θεωρούμε αριθμό β για τον οποίο ισχύει: $f(\beta - \sqrt{3}) = f(\beta + \sqrt{3}) + 4\sqrt{12}$
- iii) Να λύσετε την ανίσωση $f(x+\beta) + f(x-4) \leq \beta$.

74. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} ax+5, & \alpha \nu x \leq 2 \\ x^2 + \beta x, & \alpha \nu x > 2 \end{cases}$ για την οποία ισχύει $f(-1)=3$ και $f(5)=10$.

- i) Να βρείτε τους αριθμούς α και β
- ii) Να βρείτε τις τιμές $f\left(-\frac{5}{2}\right)$, $f(2)$, $f(3)$ και $f(4)$
- iii) Να λύσετε την εξίσωση $|f(1) \cdot x - f(f(1))| + f(-20) = 0$

32. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων:

i) $f(x) = \sqrt{x-2}$

ii) $f(x) = \sqrt{4-3x}$

iii) $f(x) = \sqrt{2-x} + \sqrt{x+4}$

iv) $f(x) = \frac{2}{x^2-1} + 4$

v) $f(x) = \frac{x+1}{x^3-4x}$

vi) $f(x) = \frac{2}{|x|-1} + 4$

vii) $f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x^2-1}$

viii) $f(x) = \begin{cases} x^3, & \text{αν } x < 0 \\ 2x+3, & \text{αν } x \geq 0 \end{cases}$

34. Να εξετάσετε ποια από τα παρακάτω βελοδιαγράμματα παριστάνουν συνάρτηση:

