

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ

15174. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = x^4 + x^3 + \alpha x - 4$ και $\delta(x) = x^2 - 3x + 2$.

Το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $\delta(x)$, είναι το πολυώνυμο $\upsilon(x) = 24x - 24$.

α) Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού α .

β) Για $\alpha = 2$,

i. να υπολογίσετε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x - 1$.

ii. να βρείτε τα σημεία τομής του άξονα x' με την γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$.

iii. να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες, η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα x' .

15250. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^5 - 4x^3 - x^2 + \alpha x + \beta$ το οποίο διαιρούμενο με το $x^2 - 4$ δίνει υπόλοιπο $4x + 1$.

α) Να κάνετε τη διαίρεση $P(x) : (x^2 - 4)$.

β) Να βρείτε τις τιμές των α και β .

γ) Έστω $\alpha = 4$ και $\beta = 5$. Αν το πηλίκο της διαίρεσης $P(x) : (x^2 - 4)$ είναι το $\pi(x) = x^3 - 1$, τότε:

i. να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης $P(x) : (x^2 - 4)$.

ii. να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 4x + 1$.

15677. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + \alpha x + \beta$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τις τιμές των α, β , αν είναι γνωστό ότι το $P(x)$ διαιρείται με το πολυώνυμο $Q(x) = x^2 - 2x + 1$.

β) Για $\alpha = 4, \beta = -2$

i. Να κάνετε τη διαίρεση $P(x) : (x^2 + 5)$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης.

ii. Αν $P(x) = (x^2 + 5)(x^2 - 2x - 6) + 14x + 28$ να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 14(x + 2)$.

37475. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - x^2 - 2x + 1$. Να αποδείξετε ότι

α) το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - 1$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης $P(x) : (x - 1)$.

β) $P(x) < 0$ για κάθε $x \in (-\infty, -1) \cup \left(\frac{1}{2}, 1\right)$.

γ) $\frac{1}{2} < \sin \theta < 1$ για κάθε γωνία $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{3}\right)$.

δ) $P(\sin \theta) < 0$ για κάθε γωνία $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{3}\right)$.

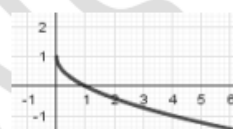
15270. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε την μονοτονία της και την μέγιστη τιμή της.

β) Αν $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$ και $0 < \alpha < \frac{1}{4} < \beta$, να βρείτε το πρόσημο του γινομένου

$$P = (2f(\alpha) - 1)(2f(\beta) - 1).$$

γ) Έστω ότι η συνάρτηση του προβλήματος είναι η $f(x) = 1 - \sqrt{x}$, $x \geq 0$. Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής της παράστασης με την ευθεία $y = 2x$.



ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ

20647. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 - \beta x + 3$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Αν είναι γνωστό ότι έχει ρίζα τον αριθμό 2, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι τουλάχιστον ένας συντελεστής του δεν είναι ακέραιος.

Αν επιπλέον $P(1) = 0$, τότε:

β) Να αποδείξετε ότι $\alpha = -3$ και $\beta = \frac{21}{2}$.

γ) Να λύσετε την ανίσωση $P(x) \leq 0$.

δ) Να λύσετε την εξίσωση $P(\sin x) = 0$.

20731. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 + 6x^2 - 7$.

α) Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $x-1$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου

β) Να παραγοντοποιήσετε το πολυώνυμο $P(x)$ σε πολυώνυμα πρώτου ή δευτέρου βαθμού.

γ) i. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

ii. Αν οι αριθμοί -1 και 1 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $P(x) = 0$ να λύσετε την εξίσωση $(2\eta\mu x - 1)^4 + 6(2\eta\mu x - 1)^2 - 7 = 0$, για $x \in \mathbb{R}$.

21240. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 3x^3 + 4x^2 - 5x - 2$.

α) Να βρείτε τις ρίζες του πολυωνύμου.

β) Να λύσετε την ανίσωση $P(x) > 0$.

γ) Να λύσετε την ανίσωση $3\left(\frac{5}{x^2+1}\right)^3 + 4\left(\frac{5}{x^2+1}\right)^2 - 5\left(\frac{5}{x^2+1}\right) - 2 > 0$.