

ΘΕΜΑ 2_1

Δίνονται οι αριθμοί:

$$A = \frac{1}{3 - \sqrt{7}}, \quad B = \frac{1}{3 + \sqrt{7}}.$$

α) Να δείξετε ότι:

$$A + B = 3 \quad \text{και} \quad A \cdot B = \frac{1}{2}.$$

(Μονάδες 12)

β) Να κατασκευάσετε μια εξίσωση 2^{ου} βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς A, B .

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2_2

Δίνεται το τριώνυμο $3x^2 + 6x - 12$ (1). Αν x_1, x_2 είναι ρίζες του τριωνύμου (1),

α) Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων $x_1 + x_2$ και $x_1 x_2$.

(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε μια εξίσωση 2^{ου} βαθμού που να έχει ρίζες τους αριθμούς $4x_1, 4x_2$.

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2_3

Δίνονται δύο πραγματικοί αριθμοί α, β τέτοιοι, ώστε:

$$\alpha + \beta = 12 \quad \text{και} \quad \alpha^2 + \beta^2 = 272.$$

α) Με τη βοήθεια της ταυτότητας $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$, να δείξετε ότι:

$$\alpha \cdot \beta = -64.$$

(Μονάδες 8)

β) Να κατασκευάσετε μια εξίσωση 2^{ου} βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς α, β .

(Μονάδες 10)

γ) Να προσδιορίσετε τους αριθμούς α και β .

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 4_4

Οι πλευρές x_1, x_2 ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι οι ρίζες της εξίσωσης:

$$x^2 - 4\left(\lambda + \frac{1}{\lambda}\right)x + 16 = 0 \text{ όπου } \lambda > 0 .$$

α) Να βρείτε:

i. την περίμετρο Π του ορθογωνίου συναρτήσει του λ .

(Μονάδες 6)

ii. το εμβαδόν E του ορθογωνίου.

(Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι $\Pi \geq 16$, για κάθε $\lambda > 0$.

(Μονάδες 7)

γ) Για ποια τιμή του λ η περίμετρος Π του ορθογωνίου γίνεται ελάχιστη, δηλαδή ίση με 16; Τι μπορείτε να πείτε τότε για το ορθογώνιο;

(Μονάδες 6)