

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι συναρτήσεις:

- $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x, x \in \mathbf{R}$ και
- $g(x) = \ln x, x \in (0, +\infty)$.

Αν γνωρίζουμε ότι η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$ για κάθε $x \in \mathbf{R}$, τότε:

α) Να προσδιορίσετε τη συνάρτηση $h = g \circ f$.

(Μονάδες 07)

β) Να αποδείξετε ότι:

- i. η συνάρτηση h είναι περιττή.

(Μονάδες 04)

- ii. η συνάρτηση h είναι “1-1”.

(Μονάδες 06)

γ) Να λυθεί η εξίσωση $h(x-1) + h\left(\ln \frac{1}{x}\right) = 0, x > 0$.

(Μονάδες 08)