

ΘΕΜΑ 2_1

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \frac{1}{2}(3 + \sqrt{5})$ και $\beta = \frac{1}{2}(3 - \sqrt{5})$.

α) Να υπολογίσετε το άθροισμα $\alpha + \beta$ και το γινόμενο $\alpha \cdot \beta$.

(Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι $\alpha^2 + \beta^2 = 7$.

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2_2

α) Να αποδείξετε ότι $(2 - \sqrt{5})^2 = 9 - 4\sqrt{5}$ και να υπολογίσετε το ανάπτυγμα $(2 + \sqrt{5})^2$.

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε τις τετραγωνικές ρίζες των αριθμών $9 - 4\sqrt{5}$ και $9 + 4\sqrt{5}$.

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 3_3

Έστω α ένας πραγματικός αριθμός, για τον οποίο ισχύει $\alpha = |3\sqrt{2} - 4| + 2|\sqrt{2} - 2|$.

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha = \sqrt{2}$. (Θεωρήστε ότι $\sqrt{2} = 1,41$)

(Μονάδες 10)

β) Με τη βοήθεια του ερωτήματος (α) να αποδείξετε ότι $\alpha^3 = 2\alpha$.

(Μονάδες 5)

γ) Να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης $A = \alpha^3 + (\alpha - 1)^2$.

(Μονάδες 10)