

ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A , θα λέγεται **άρτια**, όταν για κάθε $x \in A$ ισχύει:

$$-x \in A \text{ και } f(-x) = f(x)$$

Η γραφική παράσταση μιας **άρτιας** συνάρτησης έχει **άξονα συμμετρίας** τον άξονα $y'y$.

ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A , θα λέγεται **περιττή**, όταν για κάθε $x \in A$ ισχύει:

$$-x \in A \text{ και } f(-x) = -f(x)$$

Η γραφική παράσταση μιας **περιττής** συνάρτησης έχει **κέντρο συμμετρίας** την αρχή των αξόνων.

Για να
είναι συμμετρική
η f

πρέπει
• $x \in D_f$ και το $-x \in D_f$
• αν $f(-x) = f(x)$

ή
• αν $f(-x) = -f(x)$
παρατηρούμε

4) Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω συναρτήσεις είναι άρτιες και ποιες είναι περιττές:

i) $f_1(x) = 3x^2 + 5x^4$ ii) $f_2(x) = 3|x| + 1$ iii) $f_3(x) = |x + 1|$

iv) $f_4(x) = x^3 - 3x^5$ v) $f_5(x) = \frac{x^2}{1+x}$ vi) $f_6(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

i) $f_1(x) = 3x^2 + 5x^4$ π.ο. $D_{f_1} = \mathbb{R}$

για $x \in D_{f_1}$ και το $-x \in D_{f_1}$

$f_1(-x) = 3(-x)^2 + 5(-x)^4 = 3x^2 + 5x^4 = f_1(x)$

άρα $f_1(-x) = f_1(x)$ άρτια.

ii) $f_2(x) = 3|x| + 1$ π.ο. $D_{f_2} = \mathbb{R}$

για $x \in \mathbb{R}$ και το $-x \in \mathbb{R}$

$f_2(-x) = 3|-x| + 1 = 3|x| + 1 = f_2(x)$

άρα $f_2(x) = f_2(x)$ άρτια

iv) $f_4(x) = x^3 - 3x^5$ π.ο. $D_{f_4} = (-\infty, +\infty)$

για $x \in D_{f_4}$ και $-x \in D_{f_4}$

$f_4(-x) = (-x)^3 - 3(-x)^5 = -x^3 + 3x^5 = -(x^3 - 3x^5) = -f_4(x)$

άρα $f_4(x) = -f_4(x)$ περιττή

vi) $f_6(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ π.ο. $D_{f_6} = \mathbb{R}$ (γιατί $x^2+1 \neq 0$
 $x^2 \neq -1$
π.ο. ισχύει $\forall x \in \mathbb{R}$)

για $x \in D_{f_6}$ και το $-x \in D_{f_6}$

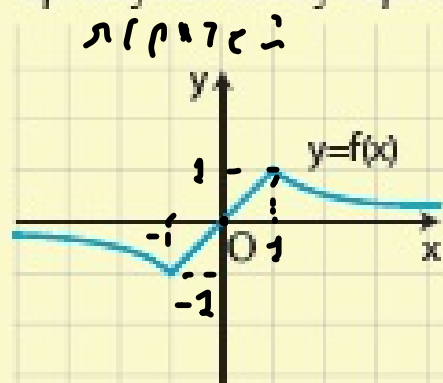
$f_6(-x) = \frac{2(-x)}{(-x)^2+1} = \frac{-2x}{x^2+1} = -f_6(x)$

άρα $f_6(x) = -f_6(x)$ περιττή

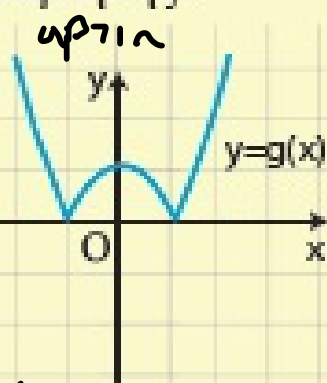
$|-x| = |x|$

$(-x)^{2n+1} = -x^{2n+1}$

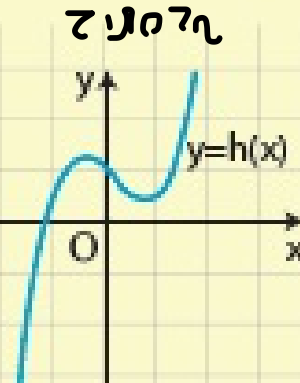
6) Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω γραμμές είναι γραφικές παραστάσεις
άρτιας και ποιες περιττής συνάρτησης. λ.ο. $\mathbb{R}$



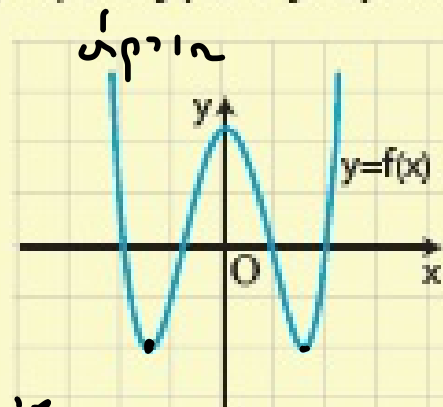
$$f(-1) = -1 = -f(1)$$



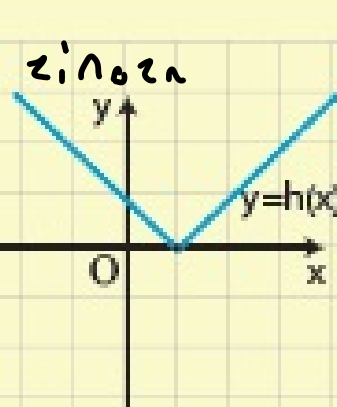
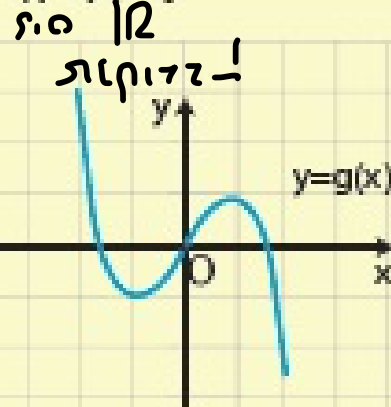
αίτια
γ'γ



7) Ομοίως για τις παρακάτω γραμμές

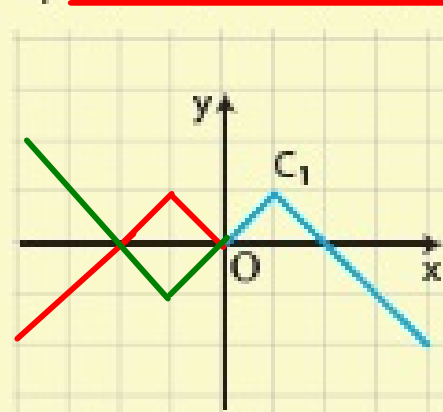


αίτια
συμ. γ'γ

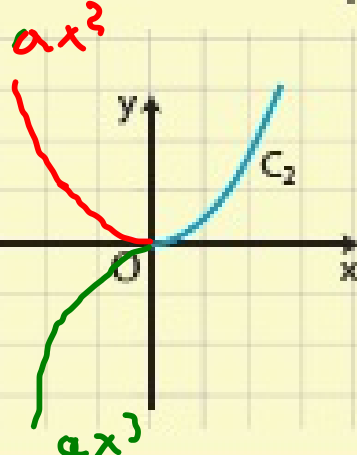


8) Να συμπληρώσετε τις παρακάτω γραμμές ώστε να παριστάνουν γραφικές παραστάσεις

α) Άρτιας συνάρτησης



και



β) Περιττής συνάρτησης

