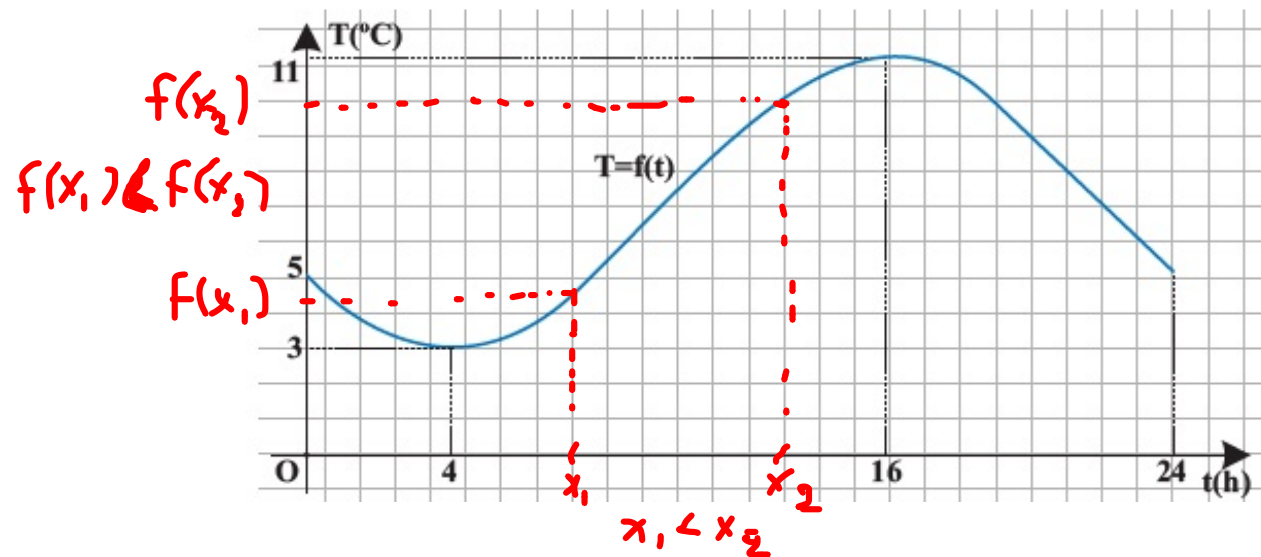


2.1 Μονοτονία

670 παρακάτω σχήμα:

- η f γνησίως αύξουσα $\uparrow$ για $x \in [4, 16]$
- η f γνησίως φθίνουσα $\downarrow$ για $x \in [0, 5]$ και $[16, 24]$



ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια συνάρτηση f λέγεται **γνησίως αύξουσα** σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει:

$$f(x_1) < f(x_2)$$

ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια συνάρτηση f λέγεται **γνησίως φθίνουσα** σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει:

$$f(x_1) > f(x_2)$$

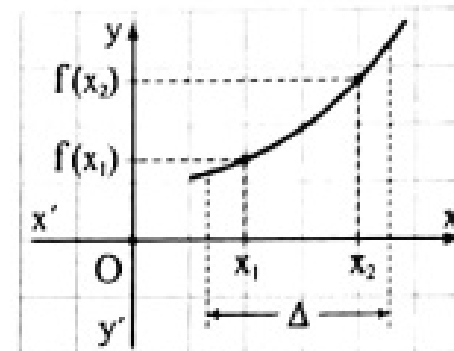
3.2 Μονοτονία συνάρτησης

Γνησίως αύξουσα συνάρτηση

Μια συνάρτηση f λέγεται **γνησίως αύξουσα** (συμβολικά $f \uparrow$) σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει:

$$f(x_1) < f(x_2)$$

Αν η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα Δ , τότε καθώς το x «κινείται» στο Δ από αριστερά προς τα δεξιά, η γραφική παράσταση της f «ανεβαίνει».

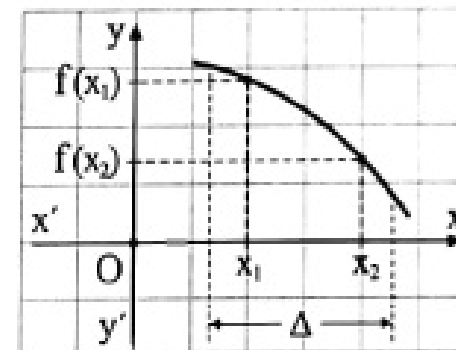


Γνησίως φθίνουσα συνάρτηση

Μια συνάρτηση f λέγεται **γνησίως φθίνουσα** (συμβολικά $f \downarrow$) σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει:

$$f(x_1) > f(x_2)$$

Αν η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα Δ , τότε καθώς το x «κινείται» στο Δ από αριστερά προς τα δεξιά, η γραφική παράσταση της f «κατεβαίνει».

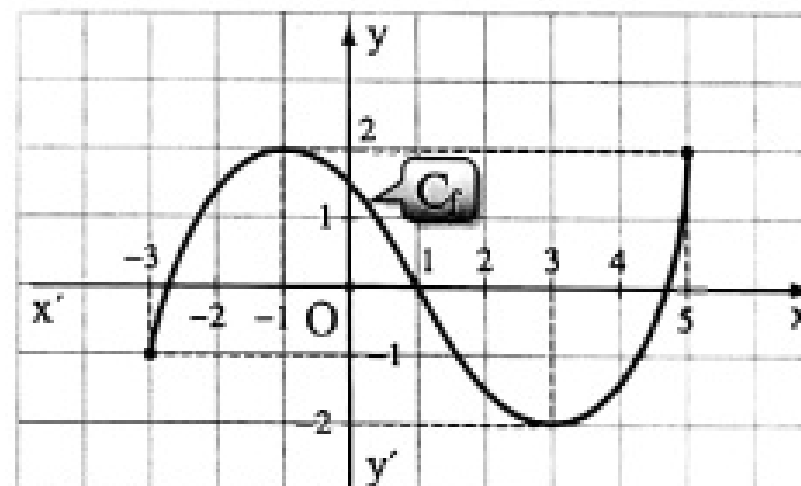


Μια συνάρτηση που είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ λέγεται **γνησίως μονότονη** στο Δ .

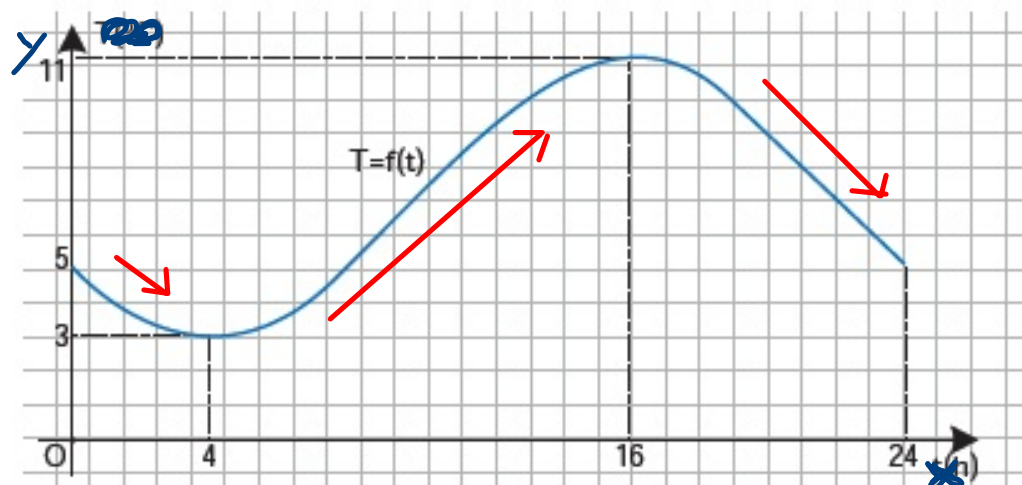
Εφαρμογή

Η γραφική παράσταση C_f μιας συνάρτησης f φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Να γράψετε τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης f .



Ελάχιστο και μέγιστο συνάρτησης



- π.ο. $D_f = [0, 24]$, σύνολο τιμών $f(D_f) = [3, 11]$
- μονοτονία:
 - f γν. αύξουσα $x \in [4, 16]$
 - f γν. φθίνουσα $x \in [0, 4]$ και $[16, 24]$
 - ακρότατα:
 - παρουσιάζει στην θέση $x = 16$ μέγιστο $\max f(x) = 11$
 - παρουσιάζει στην θέση $x = 4$ ελάχιστο $\min f(x) = 3$

ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A , λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) **ελάχιστο** όταν:

$$f(x) \geq f(x_0), \text{ για κάθε } x \in A$$

Το $x_0 \in A$ λέγεται **θέση ελαχίστου**, ενώ το $f(x_0)$ ολικό ελάχιστο ή απλώς **ελάχιστο** της συνάρτησης f και το συμβολίζουμε με $\min f(x)$.

ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A , λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) **μέγιστο** όταν:

$$f(x) \leq f(x_0), \text{ για κάθε } x \in A$$

Το $x_0 \in A$ λέγεται **θέση μεγίστου**, ενώ το $f(x_0)$ ολικό μέγιστο ή απλώς **μέγιστο** της f και το συμβολίζουμε με $\max f(x)$.

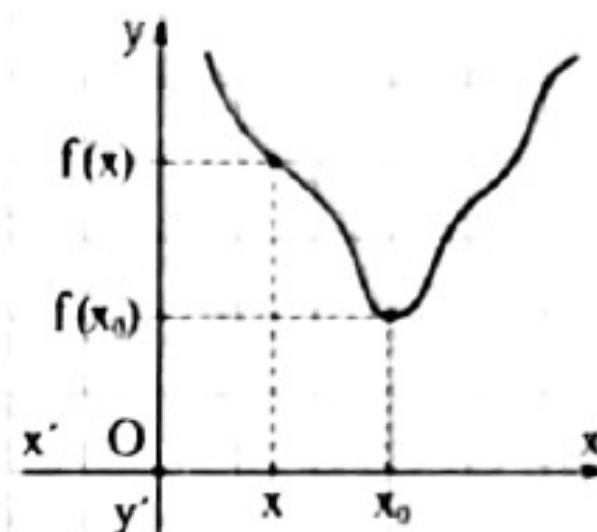
3.14 Ακρότατα συνάρτησης

Ολικό ελάχιστο συνάρτησης

Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A παρουσιάζει ολικό ελάχιστο ή απλά ελάχιστο στο $x_0 \in A$ όταν:

$$f(x) \geq f(x_0) \quad \text{για κάθε } x \in A$$

Το $x_0 \in A$ λέγεται θέση ελαχίστου, ενώ η τιμή $f(x_0)$ λέγεται ολικό ελάχιστο ή απλά ελάχιστο της συνάρτησης f και το συμβολίζουμε με $\min f(x)$.

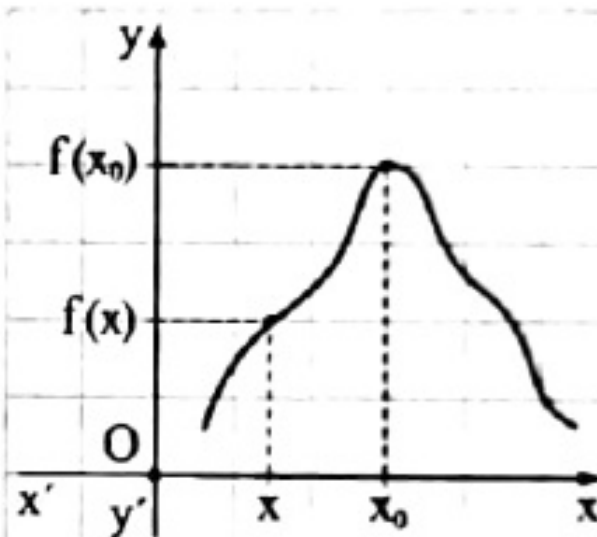


Ολικό μέγιστο συνάρτησης

Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A παρουσιάζει ολικό μέγιστο ή απλά μέγιστο στο $x_0 \in A$, όταν:

$$f(x) \leq f(x_0) \quad \text{για κάθε } x \in A$$

Το $x_0 \in A$ λέγεται θέση μεγίστου, ενώ η τιμή $f(x_0)$ λέγεται ολικό μέγιστο ή απλά μέγιστο της συνάρτησης f και το συμβολίζουμε με $\max f(x)$.



Το (ολικό) μέγιστο και το (ολικό) ελάχιστο μιας συνάρτησης f λέγονται ολικά ακρότατα της f .