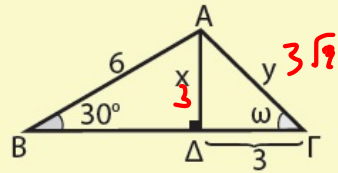


Α' ΟΜΑΔΑΣ

1. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε τα μήκη x , y και τη γωνία ω .



Λύση

61ο ορθογώνιο $\triangle ABD$ με $\hat{A} = 90^\circ$

$$\eta\mu\hat{B} = \frac{AD}{AB} \Leftrightarrow \eta\mu 30^\circ = \frac{x}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{6} \Leftrightarrow x = 3$$

62ο ορθογώνιο $\triangle AD\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ $\Leftrightarrow x = 3$

σύμφωνα Πυθαγόρειο $AG^2 = AD^2 + DG^2$ $\sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$

$$AG^2 = 3^2 + 3^2$$

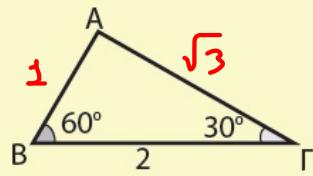
$$AG^2 = 9 + 9$$

$$AG^2 = 18 \Leftrightarrow AG = \sqrt{18} \Leftrightarrow y = 3\sqrt{2}$$

$$\eta\mu\omega = \frac{AD}{AG} \Leftrightarrow \eta\mu\omega = \frac{3}{3\sqrt{2}} \Leftrightarrow \eta\mu\omega = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \eta\mu\omega = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\Leftrightarrow \omega = 45^\circ$

2. Να υπολογίσετε τις πλευρές του τριγώνου του διπλανού σχήματος.



επειδή $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ \Leftrightarrow \hat{A} + 60^\circ + 30^\circ = 180^\circ$

$\Leftrightarrow \hat{A} = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ \Leftrightarrow \hat{A} = 90^\circ$ $\Rightarrow$ $\triangle AB\Gamma$ ορθογώνιο

$$\eta\mu\hat{\Gamma} = \frac{AB}{BG} \Leftrightarrow \eta\mu 30^\circ = \frac{AB}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{AB}{2} \Leftrightarrow AB = 1$$

$$\eta\mu\hat{B} = \frac{AG}{BG} \Leftrightarrow \eta\mu 60^\circ = \frac{AG}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AG}{2} \Leftrightarrow AG = \sqrt{3}$$

3. Μια επίκεντρη γωνία ω βαίνει σε τόξο $S = 6\text{cm}$. Να εκφράσετε τη γωνία αυτή σε ακτίνια, αν η ακτίνα του κύκλου είναι:

- i) $\rho = 1\text{cm}$ ii) $\rho = 2\text{cm}$ iii) $\rho = 3\text{cm}$.

Γνωρίζουμε ότι $S = \alpha \rho$ όπου S μήκος τόξου
 α μοίρες τόξου
 ρ ακτίνα κύκλου
 ακέραια
 μοίρες επίκεντρη = μοίρες του τόξου που βαίνει.

i) $S = \alpha \cdot \rho \Leftrightarrow 6 = \alpha \cdot 1 \Leftrightarrow \alpha = 6$ άρα $\omega = 6\text{rad}$

ii) $S = \alpha \cdot \rho \Leftrightarrow 6 = \alpha \cdot 2 \Leftrightarrow \alpha = 3$ άρα $\omega = 3\text{rad}$

iii) $S = \alpha \cdot \rho \Leftrightarrow 6 = \alpha \cdot 3 \Leftrightarrow \alpha = 2$ άρα $\omega = 2\text{rad}$

4. Να εκφράσετε σε rad γωνία

- i) 30° ii) 120° iii) 1260° iv) -1485° .

16χύρι, $\frac{\alpha}{\pi} = \frac{\mu}{180^\circ}$ α γωνία σε rad
 μ γωνία σε μοίρες

i) $\mu = 30^\circ$ $\frac{\alpha}{\pi} = \frac{30}{180} \Leftrightarrow \alpha = \frac{3\pi}{18} \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}\text{rad}$

ii) $\mu = 120^\circ$ $\frac{\alpha}{\pi} = \frac{120}{180} \Leftrightarrow \alpha = \frac{12\pi}{18} \Leftrightarrow \alpha = \frac{2\pi}{3}\text{rad}$

iii) $\mu = 1260^\circ$ $\frac{\alpha}{\pi} = \frac{1260}{180} \Leftrightarrow \alpha = \frac{126\pi}{18} \Leftrightarrow \alpha = 7\pi\text{rad}$

iv) $\mu = -1485^\circ$ $\frac{\alpha}{\pi} = \frac{-1485}{180} \Leftrightarrow \alpha = \frac{-1485\pi}{180} \Leftrightarrow \alpha = -\frac{33\pi}{4}\text{rad}$

5. Να μετατρέψετε σε μοίρες γωνία:

i) $\frac{\pi}{10}$ rad

ii) $\frac{5\pi}{6}$ rad

iii) $\frac{91\pi}{3}$ rad

iv) 100rad.

16χύ21

$$\frac{\alpha}{\pi} = \frac{\mu}{180^\circ}$$

α γωνία σε rad
μ γωνία σε μοίρες

i) $\alpha = \frac{\pi}{10}$ $\frac{\cancel{\pi}}{\cancel{10}} = \frac{\mu}{180^\circ} \Leftrightarrow \frac{1}{10} = \frac{\mu}{180} \Leftrightarrow \cancel{10}\mu = 180 \Leftrightarrow \mu = 180^\circ$

ii) $\alpha = \frac{5\pi}{6}$ $\frac{\cancel{5\pi}}{\cancel{6}} = \frac{\mu}{180^\circ} \Leftrightarrow \frac{5}{6} = \frac{\mu}{180^\circ} \Leftrightarrow 6\mu = 5 \cdot 180^\circ \Leftrightarrow 6\mu = 900^\circ$

iii) $\alpha = \frac{91\pi}{3}$ $\frac{\cancel{91\pi}}{\cancel{3}} = \frac{\mu}{180^\circ} \Leftrightarrow \frac{91}{3} = \frac{\mu}{180^\circ} \Leftrightarrow 3\mu = 91 \cdot 180 \Leftrightarrow \mu = \frac{91 \cdot 180}{3} \Leftrightarrow \mu = 91 \cdot 60 \Leftrightarrow \mu = 5460^\circ$

iv) $\alpha = 100 \pi$ $\frac{100\cancel{\pi}}{\cancel{1}} = \frac{\mu}{180} \Leftrightarrow \mu = 180 \cdot 100 \Leftrightarrow \mu = 18000^\circ$

Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

α) $A = \sin 60^\circ + \sigma\varphi 30^\circ \cdot \eta\mu 60^\circ - \varepsilon\varphi 45^\circ + 2\sigma\upsilon\nu^2 45^\circ$

β) $B = \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{6} \cdot \sigma\varphi \frac{\pi}{3} - \eta\mu \frac{\pi}{3} \cdot \varepsilon\varphi \frac{\pi}{3} + \eta\mu \frac{\pi}{2}$

$$\begin{aligned} \alpha) \quad A &= \sin 60^\circ + \sigma\varphi 30^\circ \cdot \eta\mu 60^\circ - \varepsilon\varphi 45^\circ + 2\sigma\upsilon\nu^2 45^\circ \\ &= \frac{1}{2} + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 + 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \\ &= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}^2}{2} - 1 + 2 \cdot \frac{\sqrt{2}^2}{2^2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} - 1 + \frac{4}{4} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \cancel{1} + \cancel{1} = \frac{4}{2} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta) \quad B &= \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{6} \sigma\varphi \frac{\pi}{3} - \eta\mu \frac{\pi}{3} \cdot \varepsilon\varphi \frac{\pi}{3} + \eta\mu \frac{\pi}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \\ &= \frac{\sqrt{3}^2}{6} - \frac{\sqrt{3}^2}{2} + 1 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \frac{2}{2} = \frac{1-3+2}{2} = \frac{0}{2} = 0 \end{aligned}$$

6. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνίας

- i) 1830° ii) 2940° iii) 1980° iv) 3600° .

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad 1830^\circ &= 5 \cdot 360^\circ + 30^\circ \quad \text{ήρα} \quad \eta\mu 1830^\circ = \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2} \\ &\quad \sigma\upsilon\nu 1830^\circ = \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &\quad \varepsilon\varphi 1830^\circ = \varepsilon\varphi 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ &\quad \sigma\varphi 1830^\circ = \sigma\varphi 30^\circ = \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii)} \quad 2940^\circ &= 8 \cdot 360^\circ + 60^\circ \quad \text{ήρα} \quad \eta\mu 2940^\circ = \eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &\quad \sigma\upsilon\nu 2940^\circ = \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2} \\ &\quad \varepsilon\varphi 2940^\circ = \varepsilon\varphi 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ &\quad \sigma\varphi 2940^\circ = \sigma\varphi 60^\circ = \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii)} \quad 1980^\circ &= 5 \cdot 360^\circ + 180^\circ \quad \text{ήρα} \quad \eta\mu 1980^\circ = \eta\mu 180^\circ = 0 \\ &\quad \sigma\upsilon\nu 1980^\circ = \sigma\upsilon\nu 180^\circ = -1 \\ &\quad \varepsilon\varphi 1980^\circ = \varepsilon\varphi 180^\circ = 0 \\ &\quad \sigma\varphi 1980^\circ = \sigma\varphi 180^\circ \quad \text{δεν ορίζεται} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iv)} \quad 3600^\circ &= 10 \cdot 360^\circ + 0^\circ \quad \text{ήρα} \quad \eta\mu 3600^\circ = \eta\mu 0^\circ = 0 \\ &\quad \sigma\upsilon\nu 3600^\circ = \sigma\upsilon\nu 0^\circ = 1 \\ &\quad \varepsilon\varphi 3600^\circ = \varepsilon\varphi 0^\circ = 0 \\ &\quad \sigma\varphi 3600^\circ = \sigma\varphi 0^\circ \quad \text{δεν ορίζεται} \end{aligned}$$