

ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΠΑΣΧΑ

1. Σε τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ φέρουμε τη διάμεσό του ΑΜ. Προεκτείνουμε την πλευρά ΒΓ προς το μέρος του Β κατά τμήμα ΒΖ=ΒΓ και προς το μέρος του Γ κατά τμήμα ΓΗ=ΒΓ, επίσης προεκτείνουμε τη διάμεσο ΑΜ κατά τμήμα ΜΕ=ΑΜ.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΜΖ και ΕΜΗ είναι ίσα.

β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΗΕΖ είναι παραλληλόγραμμο.

2. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ, στο οποίο φέρουμε τις διαμέσους του ΒΜ και ΓΝ. Προεκτείνουμε την ΒΜ (προς το Μ) κατά τμήμα ΜΔ=ΒΜ και την ΓΝ (προς το Ν) κατά τμήμα ΝΕ=ΓΝ.

α) Να αποδείξετε ότι ΑΔ//ΒΓ και ΑΕ//ΒΓ.

β) Είναι τα σημεία Ε, Α και Δ συνευθειακά ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

3. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ και Μ το μέσο της βάσης του ΒΓ. Φέρουμε ΒΚ ⊥ ΒΓ έτσι ώστε ΒΚ = ΑΓ (το σημείο Κ είναι στο ημιεπίπεδο που δεν ανήκει το Α).

α) Να αποδείξετε ότι ΑΜ//ΒΚ και ΑΒ = ΒΚ.

β) Να δείξετε ότι η ΑΚ είναι διχοτόμος της γωνίας ΒΑΜ.

γ) Να αποδείξετε ότι $\widehat{ΒΚΑ} = 45^\circ - \frac{\widehat{\Gamma}}{2}$

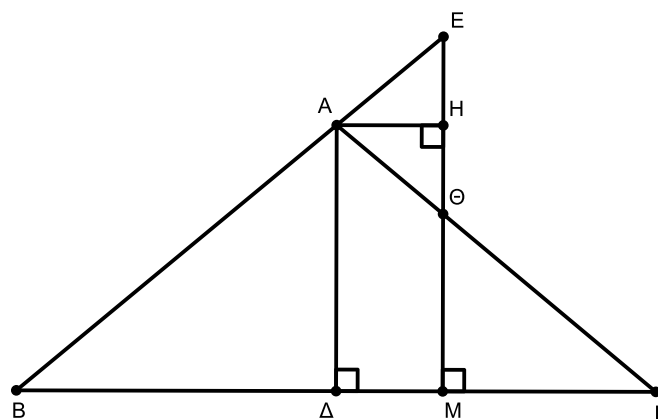
δ) Μπορεί το τετράπλευρο ΑΒΚΜ να είναι παραλληλόγραμμο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ), και τυχαίο σημείο Μ της πλευράς ΒΓ. Από το σημείο Μ φέρουμε ευθεία κάθετη στην πλευρά ΒΓ που τέμνει τις ευθείες ΑΒ και ΑΓ στα σημεία Ε και Θ αντίστοιχα. Αν ΑΔ και ΑΗ τα ύψη των τριγώνων ΑΒΓ και ΑΘΕ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α) $\widehat{ΔΑΗ} = 90^\circ$.

β) Το τρίγωνο ΑΘΕ είναι ισοσκελές.

γ) $ΜΘ + ΜΕ = 2ΑΔ$.



5. Θεωρούμε οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ και το ύψος του AD . Προεκτείνουμε το AD (προς το Δ) κατά τμήμα $DE = AD$. Έστω K σημείο της $B\Gamma$ τέτοιο ώστε $B\Delta = DK$.

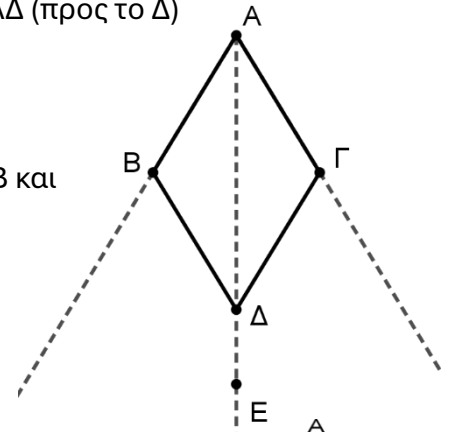
Να αποδείξετε ότι:

- α) το τρίγωνο ABK είναι ισοσκελές,
- β) το τετράπλευρο $ABEK$ είναι ρόμβος.

6. Δίνεται ρόμβος $AB\Delta\Gamma$. Στην προέκταση της διαγωνίου του AD (προς το Δ) παίρνουμε τυχαίο σημείο E .

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το σημείο E ισαπέχει από τις προεκτάσεις των πλευρών AB και $A\Gamma$ (προς το μέρος των B και Γ αντίστοιχα).
- β) Το σημείο E ισαπέχει από τα σημεία B και Γ .



7. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ και εκτός αυτού κατασκευάζουμε τετράγωνο $B\Gamma\Delta E$.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες :

- i. $\widehat{ABE}$
- ii. $\widehat{BEA}$

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AE\Delta$ είναι ισοσκελές.

