

Ασκήσεις στην παραλληλία

1. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\widehat{B} < 90^\circ$ θεωρούμε τυχαίο σημείο Δ της πλευράς AG . Φέρουμε τμήμα ΔE ίσο και παράλληλο με την πλευρά $B\Gamma$ και από το σημείο E φέρουμε τμήμα EZ ίσο και παράλληλο με την πλευρά AB , όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Ένας μαθητής κάνει τους παρακάτω διαδοχικούς συλλογισμούς. Να χαρακτηρίσετε Σ (Σωστό) ή Λ (Λάθος) κάθε έναν από αυτούς.

1. Οι γωνίες $\Delta\widehat{E}Z$ και $A\widehat{B}\Gamma$ είναι γωνίες με πλευρές παράλληλες.
2. Οπότε $\Delta\widehat{E}Z = A\widehat{B}\Gamma$.
3. Τα τρίγωνα ΔEZ και $AB\Gamma$ είναι ίσα.
4. Το τμήμα ΔZ είναι ίσο με το τμήμα AG .

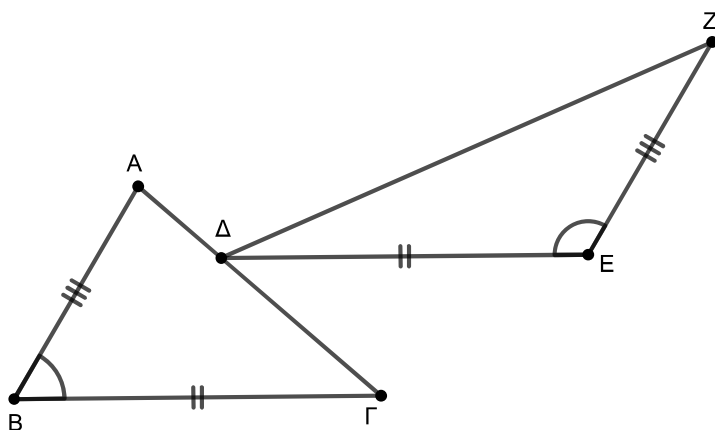
(Μονάδες 08)

β) Να αιτιολογήσετε τους χαρακτηρισμούς σας (Σ ή Λ) που αφορούν τους ισχυρισμούς 2. και 3.

(Μονάδες 10)

γ) Αν στα δεδομένα παραλείψουμε τη συνθήκη $\widehat{B} < 90^\circ$, να συγκρίνετε τα τμήματα AG και ΔZ για τα διάφορα είδη της γωνίας $\widehat{B}$ και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

(Μονάδες 07)



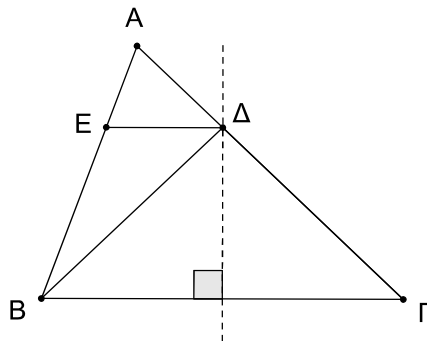
2. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < AG$. Η μεσοκάθετος της πλευράς $B\Gamma$ τέμνει την πλευρά AG στο σημείο Δ και η παράλληλη από το Δ προς τη $B\Gamma$ τέμνει την πλευρά AB στο σημείο E . Να αποδείξετε ότι:

α) το τρίγωνο $B\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 12)

β) η ΔE είναι διχοτόμος της γωνίας $A\hat{D}B$.

(Μονάδες 13)



3. Δίνεται το ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διχοτόμος του BE . Εξωτερικά του τριγώνου $AB\Gamma$ κατασκευάζουμε το ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $A\Gamma\Delta$ με υποτείνουσα τη $\Gamma\Delta$ έτσι, ώστε τα σημεία B και Δ να βρίσκονται εκατέρωθεν της ευθείας $A\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

α) $BE \parallel A\Delta$.

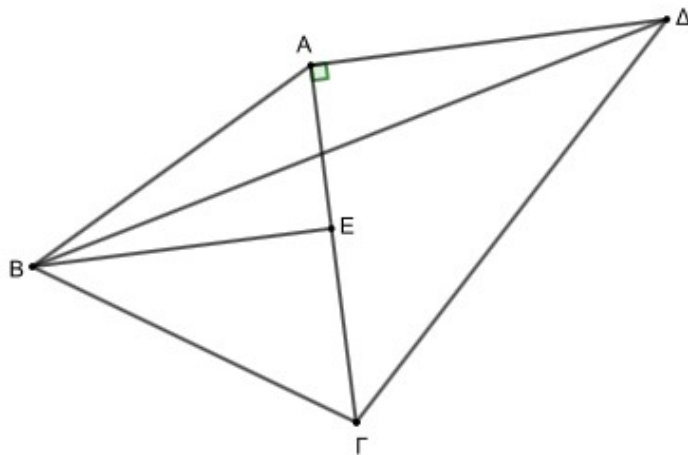
(Μονάδες 10)

β) οι γωνίες $EB\Delta$ και $A\Delta B$ είναι ίσες.

(Μονάδες 7)

γ) το τρίγωνο $BA\Delta$ είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 8)



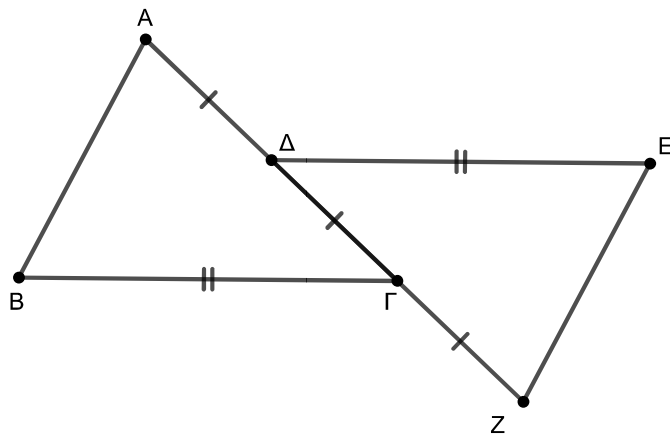
4. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ θεωρούμε το μέσο Δ της πλευράς $A\Gamma$. Φέρουμε τμήμα ΔE ίσο και παράλληλο με την πλευρά $B\Gamma$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Προεκτείνουμε την $A\Gamma$ προς το μέρος του Γ και παίρνουμε σημείο Z τέτοιο ώστε $\Gamma Z = \Delta\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $ZE\Delta$ είναι ίσα.

(Μονάδες 10)

β) $AB \parallel EZ$.

(Μονάδες 15)



5. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) φέρουμε τη διχοτόμο $A\Delta$ και μια ευθεία (ϵ) παράλληλη προς την $B\Gamma$, που τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ στα σημεία E και Z αντίστοιχα.

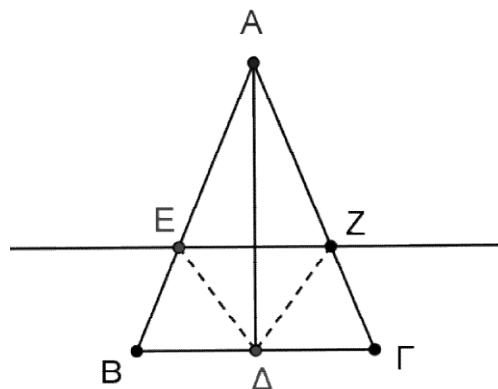
Να αποδείξετε ότι:

α) το τρίγωνο AEZ είναι ισοσκελές,

(Μονάδες 12)

β) τα τρίγωνα $AE\Delta$ και $AZ\Delta$ είναι ίσα.

(Μονάδες 13)



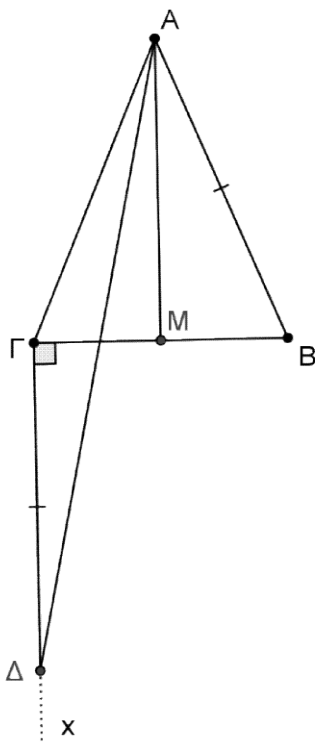
6. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και το ύψος του AM . Φέρουμε ημιευθεία Γx κάθετη στη $B\Gamma$, προς το ημιεπίπεδο που δεν ανήκει το A , και παίρνουμε σε αυτήν τμήμα $\Gamma\Delta = AB$.

Να αποδείξετε ότι:

α) η γωνία $\widehat{\Delta\hat{A}\Gamma}$ είναι ίση με τη γωνία $\widehat{\Gamma\hat{\Delta}A}$, (Μονάδες 12)

β) $\Gamma\Delta \parallel AM$, (Μονάδες 6)

γ) η $A\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{M\hat{A}\Gamma}$. (Μονάδες 7)



7. Στις προεκτάσεις των πλευρών BA (προς το A) και ΓA (προς το A) τριγώνου $AB\Gamma$ παίρνουμε τα τμήματα $A\Delta = AB$ και $A\epsilon = A\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A\Delta\epsilon$ είναι ίσα, (Μονάδες 12)

β) $\epsilon\Delta \parallel B\Gamma$. (Μονάδες 13)

8.

Στο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=A\Gamma$) φέρουμε τις διαμέσους $B\Delta$ και ΓE . Μία ευθεία ϵ παράλληλη στη βάση $B\Gamma$ τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ στα Z και H αντίστοιχα και τις διαμέσους $B\Delta$ και ΓE στα σημεία Θ και K αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) $BZ=H\Gamma$.

(Μονάδες 8)

β) τα τρίγωνα $ZB\Theta$ και $H\Gamma K$ είναι ίσα.

(Μονάδες 9)

γ) $ZK=H\Theta$.

(Μονάδες 8)

