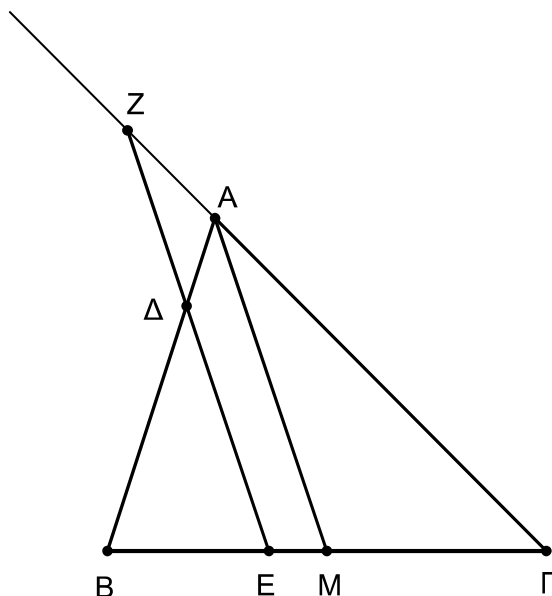


ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Θεωρούμε ΑΜ τη διάμεσό του και Ε τυχαίο σημείο του τμήματος ΒΜ. Από το Ε φέρουμε ευθεία παράλληλη στην ΑΜ που τέμνει την πλευρά ΑΒ στο Δ και την προέκταση της ΓΑ στο Ζ.



α) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας:

i. $\frac{ΔΕ}{...} = \frac{...}{BM} = \frac{BΔ}{...}$

ii. $\frac{...}{AM} = \frac{ΓΕ}{...} = \frac{...}{ΓΑ}$

(Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι $ΔΕ + ΕΖ = 2ΑΜ$ για οποιαδήποτε θέση του Ε στο ΒΜ.

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

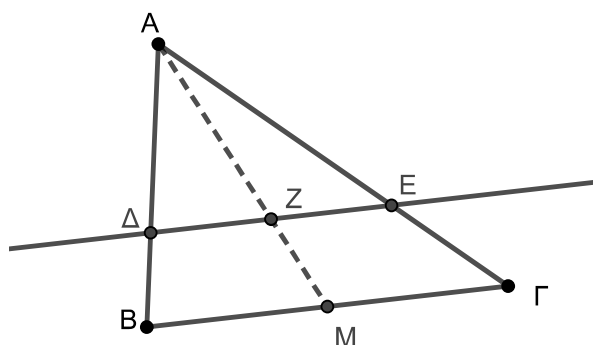
Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=6 και ΑΓ=9. ΑΜ είναι η διάμεσος του τριγώνου και το σημείο Ζ εσωτερικό στην ΑΜ ώστε να σχηματίζει λόγο $\frac{AZ}{AM} = \frac{2}{3}$. Από το σημείο Ζ φέρουμε ευθεία παράλληλη στην πλευρά ΒΓ, που τέμνει τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ στα σημεία Δ και Ε αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι : $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{3}$ και $\frac{AE}{AG} = 2$.

(Μονάδες 15)

β) Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων ΑΔ και ΕΓ.

(Μονάδες 10)

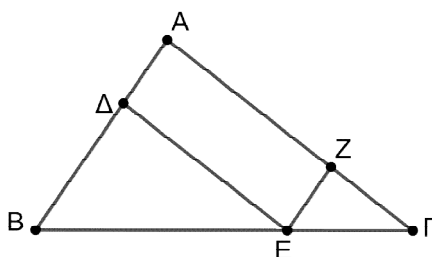


ΘΕΜΑ2

Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ και τα σημεία Δ, Ε και Ζ των πλευρών του ΑΒ, ΒΓ και ΑΓ αντίστοιχα, ώστε η ΔΕ να είναι παράλληλη στην ΑΓ. Επίσης ΑΒ = 3ΑΔ.

α) Να βρείτε τους λόγους $\frac{BD}{AD}$ και $\frac{BE}{EG}$. (Μονάδες 15)

β) Αν επιπλέον γνωρίζετε ότι ΑΓ = 3,9 και ΓΖ = 1,3 να αποδείξετε ότι η ΖΕ είναι παράλληλη της ΑΒ. (Μονάδες 10)

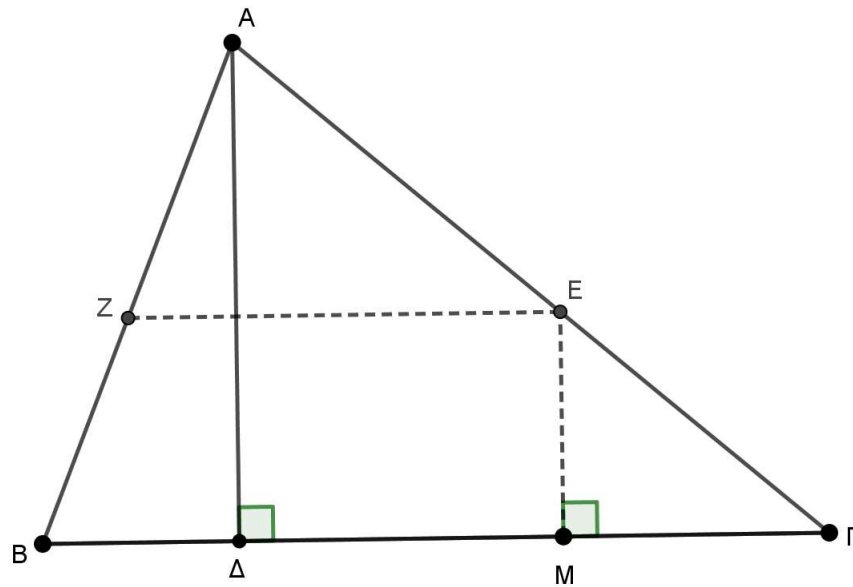


ΘΕΜΑ 2

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ του παρακάτω σχήματος, το $A\Delta$ είναι ύψος του τριγώνου. Η κάθετος στην πλευρά $B\Gamma$ σε ένα άλλο σημείο της M τέμνει την $A\Gamma$ στο E . Από το E φέρνουμε παράλληλη στην $B\Gamma$, που τέμνει την AB στο Z . Να αποδείξετε ότι:

α) $\frac{ZA}{ZB} = \frac{EA}{E\Gamma}$. (Μονάδες 10)

β) $\frac{ZA}{ZB} = \frac{M\Delta}{M\Gamma}$. (Μονάδες 15)

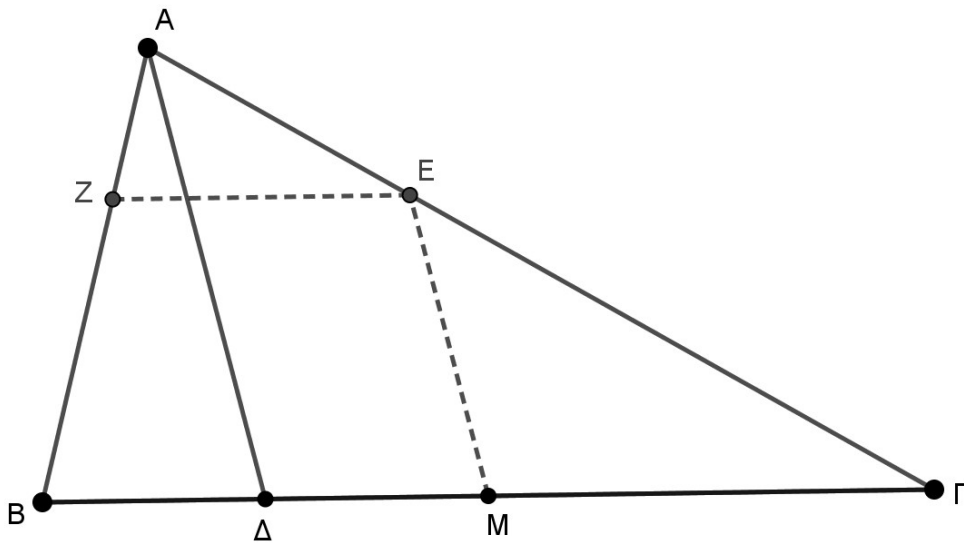


ΘΕΜΑ 2

Στο τρίγωνο ΑΒΓ του παρακάτω σχήματος, το Μ είναι μέσο της πλευράς ΒΓ και το Δ είναι το μέσο του ΜΒ. Από το Μ φέρνουμε παράλληλη στην ΑΔ, που τέμνει την ΑΓ στο Ε. Από το Ε φέρνουμε παράλληλη στην ΒΓ, που τέμνει την ΑΒ στο Ζ. Να αποδείξετε ότι:

α) $\frac{EA}{EG} = \frac{1}{2}$. (Μονάδες 15)

β) $\frac{ZA}{ZB} = \frac{1}{2}$. (Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 2

Οι ευθείες $\Gamma\Theta$ και ZH τέμνουν τις παράλληλες ευθείες ε_1 , ε_2 και ε_3 στα σημεία Θ , A , B και H , Δ , E αντίστοιχα και την ευθεία ε_4 στα σημεία Γ και Z όπως στο παρακάτω σχήμα.

Επίσης δίνονται τα μήκη $\Theta A = 2$, $AB = 1$, $B\Gamma = H\Delta = 4$ και $EZ = 8$.

α) Να αποδείξετε ότι $\Delta E = 2$. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι η ευθεία ε_4 είναι παράλληλη στις ευθείες ε_1 , ε_2 και ε_3 .

(Μονάδες 05)

γ) Να σχεδιάσετε το ευθύγραμμο τμήμα ΘZ το οποίο τέμνει την ευθεία ε_2 στο K και την ευθεία ε_3 στο Λ και να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{\Lambda Z}{K\Lambda}$.

(Μονάδες 10)

