

Ασκήσεις στα Εμβαδά

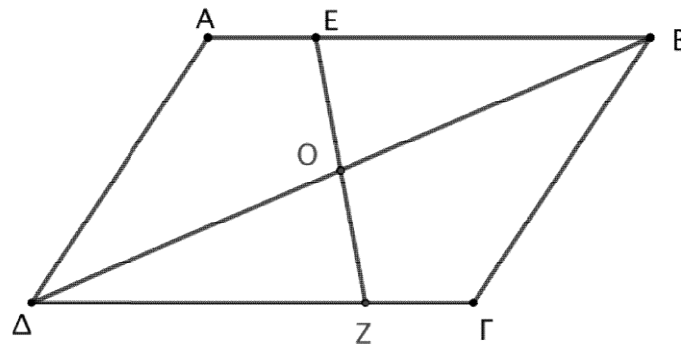
1. Θεωρούμε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Από το κέντρο Ο φέρουμε ευθεία η οποία τέμνει τις 7 πλευρές ΑΒ και ΓΔ στα σημεία Ε και Ζ όπως φαίνεται στο σχήμα. Να αποδείξετε ότι:

α) $(\Delta OZ) = (BOE)$.

(Μονάδες 10)

β) $(\Delta OEA) = (B\Gamma ZO)$.

(Μονάδες 15)

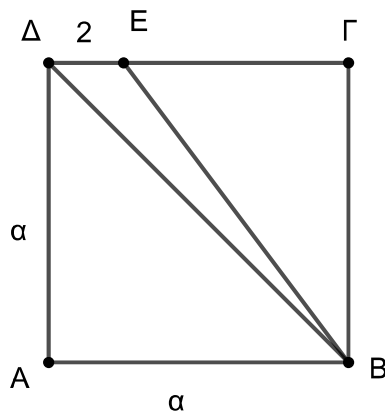


2. Στο τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς α, θεωρούμε σημείο Ε της πλευράς του ΔΓ έτσι ώστε

$\Delta E = 2$. Αν γνωρίζουμε ότι: $(BE\Delta) = \frac{(AB\Gamma\Delta)}{8}$ τότε:

α) Να αποδείξετε ότι η πλευρά του τετραγώνου α είναι ίση με 8. (Μονάδες 13)

β) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΒΕ. (Μονάδες 12)



3. Η περίμετρος του ορθογωνίου ΑΒΓΔ του σχήματος είναι 36 και το Ε είναι σημείο στην πλευρά ΑΒ. Τα μήκη των τμημάτων x, y, z είναι ανάλογα προς τους αριθμούς 2,4,3 αντίστοιχα.

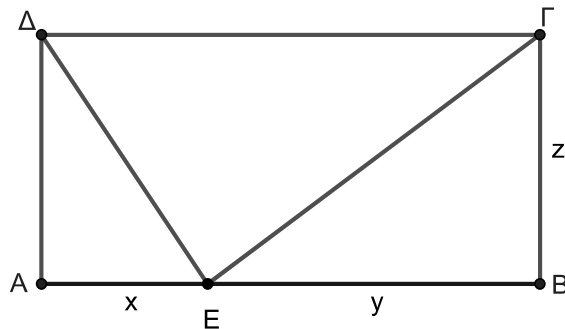
α) Να αποδείξετε ότι $x = 4$, $y = 8$ και $z = 6$.

(Μονάδες 13)

β)

- i. Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ΓΕΔ.
- ii. Να βρεθεί ο λόγος του εμβαδού του τριγώνου ΓΔΕ προς το εμβαδό του ορθογωνίου ΑΒΓΔ.

(Μονάδες 12)



4. Στο τρίγωνο ΑΒΓ του παρακάτω σχήματος η διάμεσος που αντιστοιχεί στην πλευρά ΒΓ έχει μήκος 3 και η πλευρά ΑΓ είναι ίση με 4. Αν ΒΕ=5, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι η διάμεσος ΑΕ είναι κάθετη στην πλευρά ΑΓ. (Μονάδες 10)

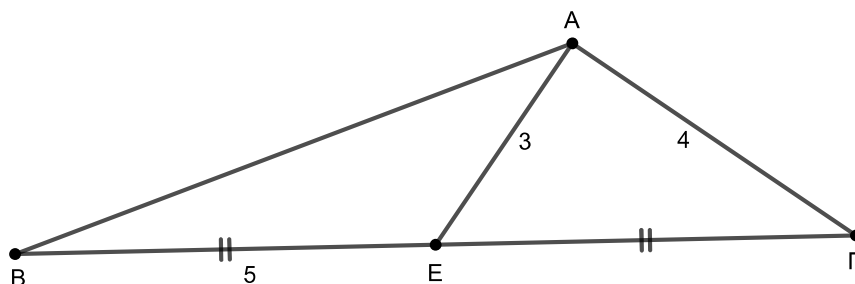
β)

- i. Να δικαιολογήσετε γιατί $(ABE) = (AGE)$.

(Μονάδες 05)

- ii. Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ.

(Μονάδες 10)



5. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με ΒΓ=13 και ΓΔ=14. Αν ΓΕ είναι το κάθετο τμήμα από το σημείο Γ στην πλευρά ΑΒ και το τμήμα ΑΕ έχει μήκος 9, τότε:

α) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΓΕ.

(Μονάδες 13)

β) Να υπολογίσετε το εμβαδό

- i. του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.
- ii. του τραπεζίου ΑΕΓΔ.

(Μονάδες 12)

6. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές $BΓ = \sqrt{3}$, $AB = \sqrt{2}$, $ΑΓ = 1$.

α) Να αποδείξετε ότι $\hat{A} = 90^\circ$. (Μονάδες 09)

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 07)

γ) Να υπολογίσετε το ύψος ΑΔ. (Μονάδες 09)

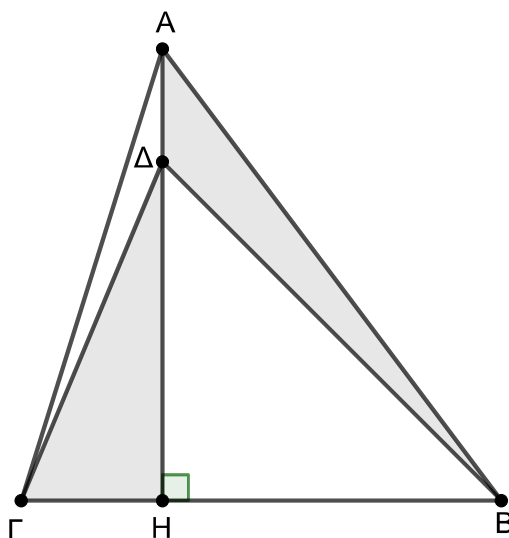
7. Στο τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος το ΑΗ είναι ύψος και το Δ σημείο του ΑΗ. Δίνονται

$AB = 20$, $BH = 12$, $ΓΗ = 5$ και ότι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΔ είναι $(ΑΒΔ) = 24$.

α) Να αποδείξετε ότι $AH = 16$. (Μονάδες 13)

β) Να αποδείξετε ότι $AΔ = 4$. (Μονάδες 6)

γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΓΔΗ. (Μονάδες 6)



8. Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ του σχήματος παριστάνει την κάτοψη ενός κτήματος με

$AB = 60$ m, $BΓ = 80$ m, $\hat{Δ} = 60^\circ$, $\hat{B} = 90^\circ$ και $AΔ = ΓΔ$.

α) Να υπολογίσετε το μήκος της διαγωνίου ΑΓ.

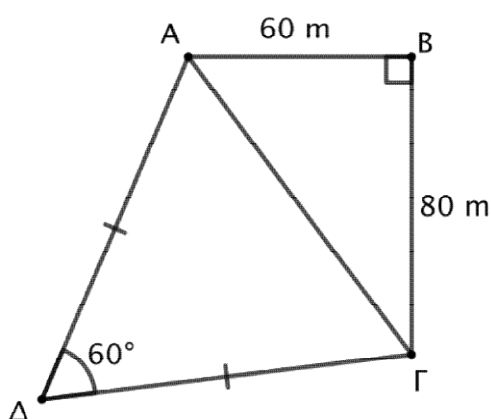
(Μονάδες 09)

β) Να αιτιολογήσετε γιατί το τρίγωνο ΑΔΓ είναι ισόπλευρο.

(Μονάδες 04)

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν των τριγώνων ΑΒΓ και ΑΔΓ. Πόσο είναι το συνολικό εμβαδόν του κτήματος;

(Μονάδες 12)



9. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $AB = 12$, $AG = 5$ και $BG = 13$.

α) Να αποδείξετε ότι $\hat{A} = 90^\circ$.

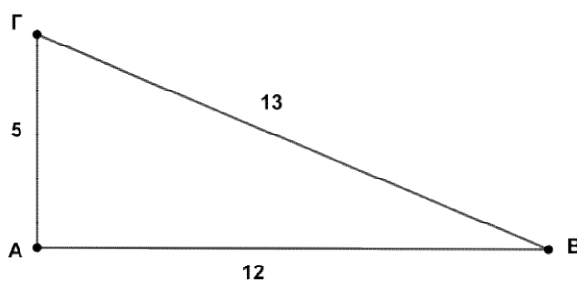
(Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ.

(Μονάδες 8)

γ) Να υπολογίσετε το ύψος u_α .

(Μονάδες 9)



10. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $AB = 6$, $BG = 4$ και $\hat{B} = 60^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι $AG = 2\sqrt{7}$.

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.

(Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

(Μονάδες 8)

11. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με κάθετες πλευρές $\beta = 8$ και $\gamma = 6$.

α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν E του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $E = 24$

(Μονάδες 5)

β) Να υπολογίσετε:

i. Να υπολογιστεί το μήκος της πλευράς α του τριγώνου $AB\Gamma$.

(Μονάδες 6)

ii. Το ύψος του u_α που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα α του τριγώνου. (Μονάδες 7)

iii. Την ακτίνα ρ του εγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου. (Μονάδες 7)

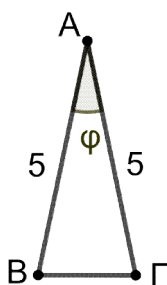
12. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma = 5$ και η γωνία της κορυφής $\hat{\varphi}$ έχει $\eta\mu\varphi = \frac{2}{5}$.

α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

(Μονάδες 12)

β) Να σχεδιάσετε το ύψος BH του τριγώνου $AB\Gamma$ και να υπολογίσετε το μήκος του.

(Μονάδες 13)



13. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές $AB=8$, $A\Gamma=12$ και γωνία $\hat{A}=60^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $(AB\Gamma)=24\sqrt{3}$.

(Μονάδες 13)

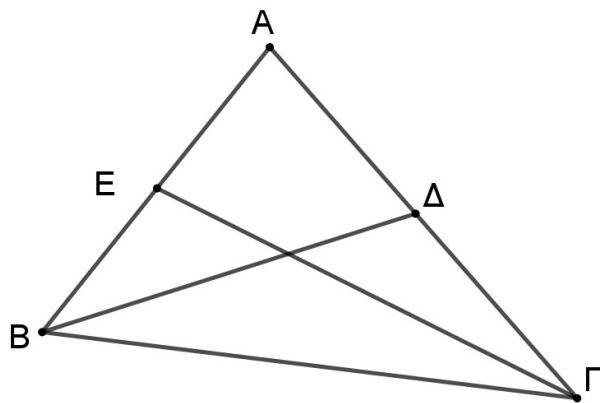
β) Αν BD και GE διάμεσοι του τριγώνου $AB\Gamma$, να αποδείξετε ότι :

i. Τα τρίγωνα $BE\Gamma$ και $AE\Gamma$ είναι ισοδύναμα.

(Μονάδες 4)

ii. Τα τρίγωνα $EB\Gamma$ και $\Delta\Gamma B$ είναι ισοδύναμα με $(EB\Gamma)=(\Delta\Gamma B)=12\sqrt{3}$

(Μονάδες 8)

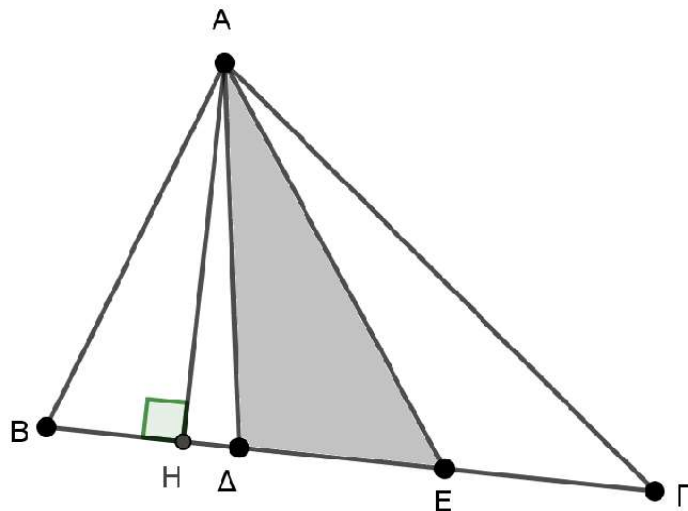


14. Δίνεται τρίγωνο ABΓ και στην πλευρά του BΓ, τα σημεία Δ, Ε ώστε $BΔ = ΔΕ = ΕΓ$.

Από την κορυφή Α, φέρνουμε το ύψος ΑΗ του τριγώνου ABΓ.

α) Να αποδείξετε ότι $(AΔΕ) = \frac{1}{3}(ABΓ)$. (Μονάδες 13)

β) Αν Μ είναι το μέσο της BΓ, να αποδείξετε ότι $(AMΕ) = \frac{1}{6}(ABΓ)$. (Μονάδες 12)



15. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $AB = 2$, $ΑΓ = 3$ και $\hat{A} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε:

α) το μήκος της πλευράς BΓ. (Μονάδες 9)

β) το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ. (Μονάδες 8)

γ) το ύψος $υ_α$. (Μονάδες 8)

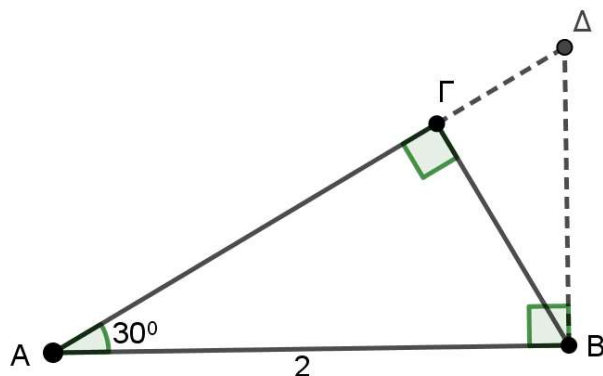
16. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, με $\hat{\Gamma} = 90^\circ$, $\hat{A} = 30^\circ$ και $AB = 2$.

α) Να αποδείξετε ότι $A\Gamma = \sqrt{3}$. (Μονάδες 7)

β) Φέρνουμε κάθετη στην AB , στο σημείο B , που τέμνει την προέκταση της $A\Gamma$ στο Δ .

Να αποδείξετε ότι $A\Delta = \frac{4\sqrt{3}}{3}$. (Μονάδες 10)

γ) Αν K είναι το μέσο της $A\Delta$, να αποδείξετε ότι $(KAB) = \frac{\sqrt{3}}{3}$. (Μονάδες 8)



17. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει $AB = A\Gamma = 6$ και $B\Gamma = 8$.

α) Να βρεθεί το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του. (Μονάδες 5)

β) Να υπολογιστεί το εμβαδό του. (Μονάδες 8)

γ) Να υπολογίσετε:

- i. την ακτίνα ρ του εγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου $AB\Gamma$
- ii. την ακτίνα R του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου $AB\Gamma$.

(Μονάδες 12)