

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

A. Συμπληρώστε κατάλληλα τις παρακάτω ισότητες:

$$1. (2x+1)^2 =$$

$$2. (3-x)^2 =$$

$$3. (3a-2b)^2 =$$

$$4. \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 =$$

$$5. \left(3a + \frac{1}{a}\right)^2 =$$

$$6. (y^3 - a^2)^2 =$$

$$7. (2x^3 - x)^2 =$$

$$8. \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{3}a\right)^2 =$$

$$9. \left(\frac{3a^2}{2} - ax\right)^2 =$$

$$10. (\sqrt{3} - 2a^2)^2 =$$

$$11. (-3x + \sqrt{2})^2 =$$

$$12. \left(-\frac{2a}{3} - y^2\right)^2 =$$

$$13. (a^2y - ay^3)^2 =$$

$$14. \left(-\frac{x}{3} + \frac{\sqrt{2}}{x}\right)^2 =$$

$$15. \left(-\frac{a^2}{y} - 1\right)^2 =$$

$$16. \left(-xy + \frac{1}{3}\right)^2 =$$

$$17. \left(-1 - \frac{2}{x^2}\right)^2 =$$

$$18. \left(-\frac{a}{x} + \frac{x}{a}\right)^2 =$$

B. Συμπληρώστε κατάλληλα τις παρακάτω ισότητες:

$$1. (-\sqrt{3} - 2x) \cdot (2x - \sqrt{3}) =$$

$$2. (a^2 - ya) \cdot (a^2 + ya) =$$

$$3. \left(-\frac{x}{2} + \frac{y}{3}\right) \cdot \left(\frac{y}{3} + \frac{x}{2}\right) =$$

$$4. \left(\frac{\sqrt{3}a}{2} - x^3\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{3}a}{2} + x^3\right) =$$

$$5. [(a-y) + 3ay] \cdot [(a-y) - 3ay] =$$

$$6. [\sqrt{2x+3} - (a-2)] \cdot [\sqrt{2x+3} + (a-2)] =$$

$$7. (3a-2)^3 =$$

$$8. (2-5x)^3 =$$

$$9. (a^2 + a)^3 =$$

$$10. (2x^2 + 3)^3 =$$

Γ. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

$$1. (2a-3)^2 + (2a+3)^2 - (4a-6)(2a+3) =$$

$$2. 999999^2 + 1 + 1999998 =$$

$$3. (a^2 - xa)^2 - (a - xa^2)^2 - 2(a-x)(-a-x) =$$

$$4. (x+2)^3 + (1-x)^3 + 9(x-2)(1-x) =$$

$$5. (3x-5)^3 - (2x-5)^3 - 3x(3x-5)(2x-5) =$$

Δ. Να «συμπτύξετε» τα παρακάτω αναπτύγματα:

$$1. 4x^2 + 4x + 1 =$$

$$2. 9x^2 - 12xy + 4y^2 =$$

$$3. x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 =$$

$$4. a^4 + 9b^6 - 6a^2b^3 =$$

$$5. x^4y^4 + x^2y^2 + \frac{1}{4} =$$

$$6. x^4 - 4y^2ax^2 + y^4a^2 =$$

$$7. 4x^2a^4 + 4a^8 + x^4 =$$

$$8. 16a^2 + 16ax^2 + 4x^4 =$$

$$9. \frac{4x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{2xy}{3} =$$

$$10. y^2 + 8yx^2 + 16x^4 =$$

$$11. 4x^2 + 9a^4 + 12xa^3 =$$

$$12. 25 - 10a^2y + a^4y^2 =$$

Ε. Συμπληρώστε τα κενά ώστε να ισχύουν οι ταυτότητες. Αν μπορείτε να βρείτε και παραπάνω από ένα τρόπους για να τις συμπληρώσετε , ακόμα καλύτερα!

$$\begin{array}{ll}
 1. (2x + \quad)^2 = 12x + \quad + \quad & 2. (3a^2 - \quad)^2 = \quad - 6a^2x + \quad \\
 3. (a^2 - \quad)^2 = \quad - 4a^3x + \quad & 4. (\quad + \quad)^2 = 4xy + x^2 + \quad \\
 5. (5y + \quad)^2 = \quad + 4a^2 + \quad & 6. (3x^2a + \quad)^2 = 25 + \quad + \quad \\
 7. \left(\frac{2}{3}ax + \quad\right)^2 = \quad + \frac{1}{4} + \quad & 8. \left(\frac{xy}{3} - \quad\right)^2 = -2x^2y + \quad + \quad \\
 9. \left(\frac{1}{2x} + \quad\right)^2 = 3 + \quad + \quad & 10. (y - \quad)^2 = \frac{4}{25}a^2 - \quad + \quad \\
 11. (a^2y + \quad)^2 = a^3y + \quad + \quad & 12. \left(\frac{3a}{2} + \quad\right)^2 = ay + \quad + \quad
 \end{array}$$

Ζ. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

$$\begin{array}{ll}
 1. (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9) - (3 + 2x)^3 + 54 & (-54x - 36x^2) \\
 2. (3x^2 - 4)^2 - (2x - 5)^2 + (2 - x)(2 + x)(x^2 + 4) & (8x^4 - 28x^2 + 7) \\
 3. (ax - 2a^2)^2 + (2a^3 + x)^2 - (ax - 2)(ax + 2) & (4a^6 + 4a^4 + x^2 + 4) \\
 4. (2x - 3)^3 - (2x + 3)^3 - (3x + 4)^2 + (4 - 3x)^2 & (-72x^2 - 48x - 54) \\
 5. (1 - 3a)^2 - (2 + a)(4 - 2a + a^2) - (2a - 3)(4a^2 + 6a + 9) & (-9a^3 + 9a^2 - 6a + 20) \\
 6. (3xa - 2)(-3ax - 2)(4 + 9x^2a^2) + (4 - 9x^2a^2)^2 & (32 - 72a^2x^2)
 \end{array}$$

Η. Να αναπτύξετε σε γινόμενο τα παρακάτω αθροίσματα και διαφορές κύβων:

$$\begin{array}{lll}
 1. 8x^3 - 27 = & 2. y^6 - 8 = & 3. a^3x^3 - 1 = \\
 4. 27x^3 + 1 = & 5. y^6 + a^3 = & 6. x^6 - 1 =
 \end{array}$$

Θ. Στηριγμένοι στο ότι αν $a^2 + b^2 = 0$, τότε απαραίτητα $a = 0$ και $b = 0$, προσπαθήστε να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\begin{array}{ll}
 1. x^2 + y^2 + 4x + 2y + 5 = 0 & 2. x^2 + y^2 - 6x + 8y + 25 = 0 \\
 3. 4x^2 + y^2 + 4x - 6y + 10 = 0 & 4. x^2 + 9y^2 - 6x + 12y + 13 = 0
 \end{array}$$

Ι. Να βρείτε το αποτέλεσμα αφού κάνετε τα αναπτύγματα των ταυτοτήτων και τις αναγωγές όμοιων όρων:

$$\begin{array}{ll}
 (1 - 3x)^2 + (1 + 3x)^2 - 2(3x - 1)(3x + 1) = & (4) \\
 (2x - 3)^2 - (2x + 3)^2 + 6x(2 - x)(2 + x) = & (-6x^3) \\
 (3xy - y^2)^2 - 2y^2(3x - y)(3x + y) + (3xy + y^2)^2 = & (4y^4) \\
 (x - 2)(x^2 + 2x + 4) - x(x - 2\sqrt{2})(x + 2\sqrt{2}) = & (8x - 8) \\
 [(3\sqrt{2} - 5)(-5 - 3\sqrt{2}) - \sqrt{47}] \cdot (7 + \sqrt{47}) = & (2)
 \end{array}$$