

Τάξη: Α' Λυκείου
Μάθημα: Άλγεβρα
Κεφάλαιο: 4ο Ανισώσεις
Ενότητα: Μεθοδολογία επίλυσης εξισώσεων α' βαθμού και επίλυσης προβλημάτων
Υποπαράγραφος: Πρόσημο των τιμών του τριωνύμου & Ανισώσεις της μορφής
 $ax^2 + bx + \gamma < 0$ ή $ax^2 + bx + \gamma > 0$

ΠΡΟΣΗΜΟ ΤΡΙΩΝΥΜΟΥ ΕΠΙΛΥΣΗ ΑΝΙΣΩΣΕΩΝ 2ου ΒΑΘΜΟΥ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Να λυθούν οι ανισώσεις:

- $x^2 + 3x - 10 < 0$
- $-x^2 + 2x - 1 < 0$
- $3x^2 + 2x + 4 < 0$
- $x^2 + 4x + 16 < 0$
- $2x^2 - 4x + 3 > 0$
- $x^2 + 2x + 1 \leq 0$

ΛΥΣΕΙΣ

1) $x^2 + 3x - 10 < 0$

Υπολογίζουμε τη διακρίνουσα:

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 9 + 40 = 49$$

Οι ρίζες είναι:

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-3 \pm 7}{2}$$

Άρα:

$$x_1 = -5, \quad x_2 = 2$$

Πίνακας προσήμων:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
x^2+2x+1	+	+	+

Άρα:

$$x \in (-5, 2)$$

2) $-x^2 + 2x - 1 < 0$

Υπολογίζουμε τη διακρίνουσα:

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1) = 4 - 4 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-2}{2(-1)} = 1$$

Πίνακας προσήμων:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
x^2+2x+1	+		+

Άρα:

$$x \in (-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$$

3) $3x^2 + 2x + 4 < 0$

Υπολογίζουμε τη διακρίνουσα:

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 4 - 48 = -44$$

Δεν έχει πραγματικές ρίζες, και επειδή $a = 3 > 0$, το τριώνυμο είναι πάντα θετικό. Άρα η ανίσωση είναι

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
x^2+2x+1	+		+

αδύνατη.

4) $x^2 + 4x + 16 < 0$

Υπολογίζουμε τη διακρίνουσα:

$$\Delta = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 16 - 16 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-4}{2 \cdot 1} = -2$$

Πίνακας προσήμων:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
x^2+2x+1	+		+

Άρα η ανίσωση είναι αδύνατη.

5) $2x^2 - 4x + 3 > 0$

Υπολογίζουμε τη διακρίνουσα:

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 16 - 24 = -8$$

Δεν έχει πραγματικές ρίζες, και επειδή $a = 2 > 0$, το τριώνυμο είναι πάντα θετικό. Άρα η ανίσωση ισχύει

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
x^2+2x+1	+		+

για κάθε πραγματικό αριθμό:

$$x \in \mathbb{R}$$

6) $x^2 + 2x + 1 \leq 0$

Υπολογίζουμε τη διακρίνουσα:

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 4 - 4 = 0$$

Το τριώνυμο έχει διπλή ρίζα:

$$x_{1,2} = \frac{-2}{2 \cdot 1} = -1$$

Επειδή έχει διπλή ρίζα, το τριώνυμο είναι μηδέν μόνο για $x = -1$. Επίσης, παρατηρούμε ότι το τριώνυμο δεν μπορεί να είναι αρνητικό πουθενά

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
x^2+2x+1	+		+

Άρα:

$$x = -1$$