

Τάξη: Α' Λυκείου
Μάθημα: Άλγεβρα
Κεφάλαιο: 4ο Ανισώσεις
Ενότητα: Μεθοδολογία επίλυσης εξισώσεων α' βαθμού και επίλυσης προβλημάτων
Υποπαράγραφος: Πρόσημο των τιμών του τριωνύμου & Ανισώσεις της μορφής
 $ax^2 + \beta x + \gamma < 0$ ή $ax^2 + \beta x + \gamma > 0$

ΠΡΟΣΗΜΟ ΤΡΙΩΝΥΜΟΥ ΕΠΙΛΥΣΗ ΑΝΙΣΩΣΕΩΝ 2ου ΒΑΘΜΟΥ

Πρόσημο Τριωνύμου

Για να βρούμε το πρόσημο του τριωνύμου $ax^2 + \beta x + \gamma$ βρίσκουμε την διακρίνουσα $\Delta = \beta^2 - 4a\gamma$ και αν:

- $\Delta > 0$, το τριώνυμο έχει δυο ρίζες x_1, x_2 και το πρόσημό του φαίνεται παρακάτω

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$ax^2 + \beta x + \gamma$	Ομόσημο	του α	Ετερόσημο του α	Ομόσημο του α

- $\Delta = 0$, τότε το τριώνυμο έχει μία διπλή ρίζα $x_{1,2}$ και το πρόσημό του φαίνεται παρακάτω

x	$-\infty$	$x_{1,2}$	$+\infty$
$ax^2 + \beta x + \gamma$	Ομόσημο	του α	Ομόσημο του α

- $\Delta < 0$, τότε το τριώνυμο δεν έχει πραγματικές ρίζες και το πρόσημό του φαίνεται παρακάτω

x	$-\infty$	$+\infty$
$ax^2 + \beta x + \gamma$	Ομόσημο	του α

Επίλυση Ανισώσεων 2ου Βαθμού

Για να επιλύσουμε μία ανίσωση της μορφής $ax^2 + \beta x + \gamma > 0$ ή $ax^2 + \beta x + \gamma \geq 0$ ή $ax^2 + \beta x + \gamma < 0$ ή $ax^2 + \beta x + \gamma \leq 0$:

- Βρίσκουμε την Δ και τις ρίζες (αν έχει).
- Κατασκευάζουμε τον πίνακα για το πρόσημο του τριωνύμου.
- Διαλέγουμε τα κατάλληλα διαστήματα για το x , ανάλογα με τι μας έχει ζητηθεί.

ΤΡΙΩΝΥΜΟ ΠΟΥ ΔΙΑΤΗΡΕΙ ΣΤΑΘΕΡΟ ΠΡΟΣΗΜΟ

- Αν θέλουμε $ax^2 + \beta x + \gamma > 0$ (δηλαδή το τριώνυμο να διατηρεί θετικό πρόσημο) απαιτούμε:

$$\Delta < 0 \quad (\text{ώστε το πρόσημο να διατηρείται}) \quad \text{και} \quad \alpha > 0 \quad (\text{για να είναι θετικό})$$

- Αν θέλουμε $\alpha x^2 + \beta x + \gamma < 0$ (δηλαδή το τριώνυμο να διατηρεί αρνητικό πρόσημο) απαιτούμε:

$$\Delta < 0 \quad (\text{ώστε το πρόσημο να διατηρείται}) \quad \text{και} \quad \alpha < 0 \quad (\text{για να είναι αρνητικό})$$

- Αν θέλουμε $\alpha x^2 + \beta x + \gamma \geq 0$ απαιτούμε:

$$\Delta \leq 0 \quad \text{και} \quad \alpha \geq 0$$

- Αν θέλουμε $\alpha x^2 + \beta x + \gamma \leq 0$ απαιτούμε:

$$\Delta \leq 0 \quad \text{και} \quad \alpha \leq 0$$